إعداد: عبد المطلب
بوزريعة: ذوالقعدة 1431هـ

الدالة الأسية

تعريف:

الدالة الوحيدة f حيث $f'=f$ و $f(0)=1$ هي: $\boxed{f(x)=e^x}$ حيث $e\approx 2,718$

خواص: x و y عددان حقيقيان و n عدد صحيح:

$$e^{x+y}=e^x.e^y \qquad e^{x-y}=\frac{e^x}{e^y} \qquad e^{nx}=\left(e^x\right)^n$$

$$e^0=1 \qquad e^{-1}=\frac{1}{e} \qquad e^{-x}=\frac{1}{e^x}>0$$

$\boxed{e^x=a \text{ يكافئ } x=\ln a \ (a>0) \text{ و } e^{\ln a}=a}$ (ln يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري)

مثال: $e^{-\ln 2}=\frac{1}{e^{\ln 2}}=\frac{1}{2}$ و $e^{3\ln 2}=\left(e^{\ln 2}\right)^3=8$

المشتق:

$\boxed{\left[e^{u(x)}\right]'=u'(x).e^{u(x)}}$ مثال: $\left(e^{2x}\right)'=2e^{2x}$

النهايات:

$$\lim_{x\to+\infty} e^x=+\infty \qquad \lim_{x\to-\infty} e^x=0^+ \qquad \lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}=1$$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$ و $\lim_{x\to-\infty} xe^x=0^-$ (التزايد المقارن)

كذلك: $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^\alpha}=+\infty$ $\quad \lim_{x\to-\infty} x^\alpha e^x=0$ $\ (\alpha>0)$

إعداد: عبد المطلب
بوزريعة: ذوالحجة 1431هـ

الدالة اللوغاريتمية

تعريف: الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ ودالتها المشتقة $\frac{1}{x}$ حيث $f(1)=0$

هي: $\boxed{f(x)=\ln x}$ $\quad$ $\boxed{\ln x=y \text{ يكافئ } x=e^y \ (x>0) \text{ و } y \text{ عدد حقيقي}}$

إشارة $\ln x$: • $\ln x>0$ إذا كان $x>1$ • $\ln x<0$ إذا كان $0<x<1$

• $\ln x=0$ إذا كان $x=1$ $(\ln 1=0)$ $\quad$ $\ln x=1$ إذا كان $x=e$ $(\ln e=1)$

خواص: a و b عددان حقيقيان موجبان تماما، n عدد ناطق: $\boxed{\ln a=\ln b \text{ يكافئ } a=b}$

$$\ln(a\times b)=\ln a+\ln b \qquad \ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln a-\ln b \qquad \ln a^n=n\ln a$$

نتائج: $\ln\left(\frac{1}{a}\right)=-\ln a$ و $\ln\sqrt{a}=\frac{1}{2}\ln a$

المشتق: $\boxed{\left[\ln u(x)\right]'=\frac{u'(x)}{u(x)}}$ حيث u موجبة تماما وقابلة للاشتقاق

النهايات:

$$\lim_{x\to+\infty}\ln x=+\infty \qquad \lim_{x\to0^+}\ln x=-\infty \qquad \lim_{x\to0}\frac{\ln(x+1)}{x}=1$$

$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ و $\lim_{x\to0^+} x\ln x=0$ (التزايد المقارن)

كذلك: $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^\alpha}=0$ $\quad \lim_{x\to0^+} x^\alpha\ln x=0$ $\ (\alpha>0)$ $\quad \lim_{x\to1}\frac{\ln x}{x-1}=1$