يا بكالوريا بكالوريا بكالوريا بكالوريا بكالوريا بكالوريا بكالوريا بكالوريا

BAC

ملخص بسيط في
مادة الرياضيات

إعداد : محمد عبعوب

الإهـــــداء

أهدي هذا العمل المتواضع إلى روح أبي الطـــاهرة والى أرواح موتى المسلمين الطـاهرين وكما أهديه لطلبة النهـــــائي والمتمثل في طرق بسيطة في فهم مادة الرياضيـــات التي تعد من ضمن المواد التي ينفر منها بعـــض الطلبة ولعل هذه الطرق تساعدك على تـــذوّق مادة الريـــاضيات و أتمنى لكم التوفيق والنجـــــــــــــــاح في

شـــــهادة البكـــــــــــــــالوريا

هذا الكتيب مـــــوجّه للتلميذ

ولـــــــــــــــــيس للأستاذ

لكم مني خالص التقدير والاحترام

mohammed aboud

الفهرس :

الدوال.....01

المتتاليات العددية.....09

الاحتمالات.....13

الأعداد المركبة.....18

الهندسة الفضائية.....21

...حقوق الطبع محفوظة...

mohammed aboub

الـــــــــــدوال

1.الدوال الأســـــــــية :

1.عفايس نتاع النهـــــــايات:

دير في بالك هذو الصوالح نتاع النهايات صحيت

$$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{e^x} = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} e^x = 0 \qquad \lim_{x\to0} \frac{e^x-1}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$$

مثال:

$$\lim_{x\to+\infty} (e^x - x + 1) = +\infty - \infty \text{ ع.ع.ث}$$

$$\lim_{x\to+\infty} e^x\left(1 - \frac{x}{e^x} + \frac{1}{e^x}\right) = +\infty$$

لأن

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{e^x} = 0 \text{ و } \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{e^x} = 0$$

ملاحظة بيناتنا :

كي تجيك حالة عدم التعيين أخرج e^x عـــــاملا مشتركا أو أخرج x عاملا مشتركا في بعض الحالات

2.عفايس نتاع الخـــــــواص:

1) $e^0 = 1$
2) $e^{\ln x} = x$
3) $e^x = 2$ يكـــــافئ $x = \ln 2$
4) $e^x = -2$ مستحيـــل

3.الاشتقـــــــــــاق:

$$f(x) = e^{5x+1}$$
$$f'(x) = 5e^{5x+1}$$
$$g(x) = 2xe^{3x+1}$$
$$g'(x) = 2e^{3x+1} + 6xe^{3x+1}$$
$$g'(x) = (2+6x)e^{3x+1}$$

2.الدوال اللوغـــــاريتمية :

1.عفايس نتاع النهـــــــايات:

دير في بالك هذو الصوالح نتاع النهايات صحيت

$$\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x\to0} \ln x = -\infty \qquad \lim_{x\to0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to0} x\ln x = 0$$

مثال:

$$\lim_{x\to+\infty} (\ln x - 2x - 1) = \text{ع.ع.ث}$$

$$\lim_{x\to+\infty} x\left(\frac{\ln x}{x} - 2 - \frac{1}{x}\right) = +\infty(-2) = -\infty$$

$$\lim_{x\to-2^+} \left(\frac{4}{x+2} + \ln(x+2)\right) = \text{ع.ع.ث}$$

$$\lim_{x\to-2^+} \frac{1}{x+2}(4 + (x+2)\ln(x+2)) = +\infty(4)$$
$$= +\infty$$

ملاحظة بيناتنا :

كي تجيك حالة عدم التعيين عند ∞ أخرج ماداخل ال ln عاملا مشتركا أما إذا كـــــانت حالة عدم التعيين عند عدد أخرج مقلـــــوب ماداخل ال ln عاملا مشتركا وتبقى ملاحظة نسبـــــــــية

2.عفايس نتاع الخـــــــواص:

1) $\ln 1 = 0$
2) $\ln e^x = x$
3) $\ln x = 2$ يكـــــافئ $x = e^2$
4) $\ln x = -2$ يكـــــافئ $x = e^{-2}$

3.الاشتقـــــــــــاق:

$$f(x) = \ln(5x+2)$$
$$f'(x) = \frac{5}{5x+2}$$
$$g(x) = 2x\ln x$$
$$g'(x) = 2\ln x + 2x.\frac{1}{x} = 2\ln x + 2$$

mohamed abou

ملاحظة خطيرة:

رد بالك دير هم حالات عدم التعيين

$$\frac{\infty}{0} = \infty \quad . \quad \frac{0}{\infty} = 0$$

$$\frac{A}{0} = \infty \quad . \quad \frac{A}{\infty} = 0$$

3. لعفايس اللي لازم تعرفها :

1. إثبات $y = ax + b$ هو مستقيم مقارب مائل بجوار ∞ :

$$\lim_{x\to\infty}[f(x) - (ax + b)] = 0$$

2. الوضعية النسبية بين المستقيم والدالة:

لازمك تدرس إشارة الفرق

$f(x) - (ax + b) < 0$ (c_f) تحت (Δ)

$f(x) - (ax + b) > 0$ (c_f) فوق (Δ)

مثال: $f(x) = x - 2 + \frac{\ln x}{x}$

- اثبت أن $y = x - 2$ هو مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ .....نطبق القانون

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x) - (x - 2)]$$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left[x - 2 + \frac{\ln x}{x} - (x - 2)\right] = \lim_{x\to+\infty}\left[\frac{\ln x}{x}\right] = 0$$

ومنه $y = x - 2$ هو مستقيم مقارب مائل

- ادرس الوضعية النسبية

نقوم بدراسة إشارة الفرق .....شوف معايا

$$f(x) - (x - 2) = \frac{\ln x}{x}$$

$\ln x = 0$ يكافئ $x = e^0 = 1$

x	0		1		$+\infty$
$f(x)-(x-2)$	‖	$-$	0	$+$	
الوضعية	‖	(c_f) تحت (Δ)	تقاطع	(c_f) فوق (Δ)	

ملحوظة:

كي يكون $\ln x < 0$ يعني أن $0 < x < 1$

كي يكون $\ln x > 0$ يعني أن $x > 1$

3. المستقيم المقارب العمودي وإثباته:

$$\lim_{x\to a} f(x) = \infty$$

نقول في هذه الحالة أن $x = a$ هو مستقيم مقارب عمودي وتلقاه في مجموعة التعريف وهو العدد موش معرفة فيه الدالة..... بيناتنا

مثال: $f(x) = \ln x$

$$\lim_{x\to 0} \ln x = -\infty$$

إذن $x = 0$ هو مستقيم مقارب عمودي

4. المستقيم المقارب الأفقي وإثباته:

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = a$$

نقول في هذه الحالة أن $y = a$ هو مستقيم مقارب أفقي وتلقاه في النهايات كي تجي رايح تحسب النهاية عند ∞..... بيناتنا

مثال: $f(x) = 2 + \frac{\ln x}{x}$

$$\lim_{x\to+\infty}\left[2 + \frac{\ln x}{x}\right] = 2$$

اذن $y = 2$ هو مستقيم مقارب أفقي

5. الفروع اللا نهائية:

$$\lim_{x\to\infty}\left[\frac{f(x)}{x}\right] =$$

0	∞
فرع قطع مكافئ باتجاه محور الفواصل	فرع قطع مكافئ باتجاه محور التراتيب

باه متنساش برك 0 يشبه لدويرة تاع حرف الفاء ..ف..وال ∞ تشبه لحرف التاء..ت....بيناتنا برك

mohamed aboub

6. معادلة المماس:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

مثال: $f(x) = x^2 + 7x + 5$

أحسب المماس عند $x_0 = -2$

نحسب المشتق $f'(x) = 2x + 7$

$$y = f'(-2)(x - (-2)) + f(-2)$$
$$y = 3(x + 2) - 5 = 3x + 1$$

إذا قالك أحسب المماس عند $y_0 = -2$ في هذه الحالة لازمك تحوس على x_0 روح حل المعادلة $f(x) = -2$ كي تلقى x_0 هذيك الساعة أحسب المماس عند x_0.. هكا هو

7. نقطة الانعطاف:

نجد النقطة $\omega(x_0, f(x_0))$ $f''(x) = 0$

مثال: $f(x) = x^3 + 6x^2 - 11$

نحسب المشتق الأول $f'(x) = 3x^2 + 12x$

نحسب المشتق الثاني $f''(x) = 6x + 12$

$f''(x) = 0$ يكافئ $6x + 12 = 0$

يكافئ $x = -2$

$\omega(-2, f(-2))$ إذن $\omega(-2, 5)$

والمشتق الثاني يغير إشارته عند ω

ملحوظة: إذا انعدم المشتق الأول عند ω ولم يغير اشارته فنقول أن ω هي نقطة انعطاف

8. نقاط تقاطع المنحنى c_f مع المحورين:

أ. مع محور الفواصل: ساوي الدالة بالصفر $f(x) = 0$ تلقى قيم x لي تقطع فيه

ب. مع محور التراتيب: عوض x بالصفر في الدالة $f(0) = y_0$ تلقى قيمة y_0 لي تقطع فيها

9. التناظر:

أ. مركز تناظر: $\omega(\alpha, \beta)$

$$f(2\alpha - x) + f(x) = 2\beta$$

مثال: مثلا كون يقلك أحسب $f(6 - x) + f(x)$ كي تحسب وتلقى النتيجة مثلا تساوي 8 اقسمهم على 2 وقولّو نستنتج بلي النقطة $\omega(3, 4)$ هي مركز تناظر

ب. محور تناظر: $x = \alpha$

$$f(2\alpha - x) = f(x)$$

10. شفعية دالة:

يعني نقولو زوجية ولا فردية طبق القانون برك

$f(-x) = -f(x)$ نقول أنها دالة فردية

$f(-x) = f(x)$ نقول أنها دالة زوجية

مثال: $f(x) = x^3 + 7x$

$$f(-x) = (-x)^3 + 7(-x)$$
$$= -x^3 - 7x = -f(x)$$

ومنه f دالة فردية

مثال: $f(x) = x^2 + 7$

$$f(-x) = (-x)^2 + 7 = x^2 + 7 = f(x)$$

ومنه f دالة زوجية

11. الانسحاب:

$$g(x) = f(x + a) + b$$

في هذه الحالة نقول (c_g) صورة (c_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(-a; b)$

مثال: شرح كيفية إنشاء (c_g) انطلاقا من (c_f)

$f(x) = \ln x$ و $g(x) = \ln(x + 2) + 3$

(c_g) صورة (c_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(-2; 3)$

12. عفاريس المعاملات: a و b و c

1. كي يقلك أوجد المعاملات a و b و c ويقلك بلي (c_f) يشمل النقطة مثلا $A(4; -2)$ ويقبل مماس عند A معامل توجيهه 6 ويشمل ذروة أو قيمة حدية هي $B(3; 5)$ ولديه مماسا موازيا لمحور الفواصل أي أفقي عند الفاصلة -1..

شوف معاياواش تكتب:

$f(4) = -2$ ...معناه يشمل النقطة $A(4; -2)$

$f'(4) = 6$...معناه يقبل مماسا عند النقطة A

mohamed abou

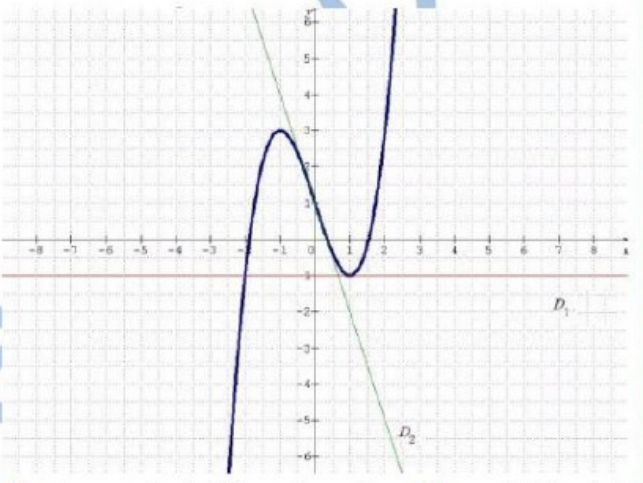
الذروة $B(3;5)$ فيها زوج معادلات تشملها الدالة وتعدم المشتق $f(3)=5$ و $f'(3)=0$

$f'(-1)=0$ ...معناه يقبل مماسا أفقي عند -1

2. كي يعطيك العبارة ويقولك جيب a و b و c هابين توحّد المقامات وتطابق مكلاه نريدو نفصلو

3. كي يعطيك بيان ويقلك (c_f) يقبل مماسا D_1 عند الفاصلة 1 ويقبل مماسا D_2 عند الفاصلة 0 ويقلك عين من البيان :

$f(2)$ و $f'(1)$ و $f'(0)$ كما هو موضّح هنا



بما أن المماس D_1 موازي لمحور الفواصل عند 1 فان المشتق عند 1 معدوم يعني $f'(1)=0$

نحسب ميل المماس D_2 نختار نقطتين يفوت بيهم فنلاحظ $A(0;1)$ و $B(1;-2)$ فنقوم بالحساب

$$f'(0)=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-2-1}{1-0}=-3$$

ومنه $f'(0)=-3$ و $f(2)=3$

13. القيمة المطلقة والتناظرات :

ا. كي يقلك $g(x)=|f(x)|$

روح للمنحنى (c_f) أجزء لي فوق محور الفواصل عاود أرسمو ولي تحت محور الفواصل طلعوا لفوق ديرلو تناظر بالنسبة لمحور الفواصل يجيك منحنى (c_g)

ب. كي يقلك $g(x)=f(|x|)$

روح للمنحنى (c_f) أجزء لي $g(x)=f(x)$ عاود أرسمو وزيد هو نفس أجزء ديرلو تناظر بالنسبة لمحور التراتيب يجيك منحنى (c_g) لأنها دالة زوجية

ج. كي يقلك $g(x)=-f(x)$

روح لمنحنى (c_f) أجزء لي فوق محور الفواصل أرسمو لتحت ولي تحت محور الفواصل أرسموا لفوق ديرلهم تناظر بالنسبة لمحور الفواصل يجيك منحنى (c_g)

د. كي يقلك $g(x)=f(-x)$

روح لمنحنى (c_f) أجزء لي $x>0$ أرسمو في أجهة نتاع $x<0$ وأجزء نتاع $x<0$ أرسمو في أجهة نتاع $x>0$ ديرلهم تناظر بالنسبة لمحور التراتيب يجيك منحنى الدالة (c_g)....

14. الاستمرارية :

$$\lim_{x\to 2} f(x)=f(2)$$

نقول في هذه الحالة أن f مستمرة عند 2

كل دالة مستمرة على مجال تعريفها

15. الاشتقاقية :

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=f'(x_0)$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(h+x_0)-f(x_0)}{h}=f'(x_0)$$

أخدم بالقانون لي يعجبك المهم التفسير الهندسي للاشتقاق هو أن الدالة تقبل مماس عند x_0 أو تقبل نصف مماس هاك عارف القيمة المطلقة

ملحوظة إذا جاتك النتيجة 0 قولو المماس أفقي يوازي محور الفواصل واذا جاتك ∞ قولو المماس عمودي موازي لمحور التراتيب

16. المعادلات التفاضلية :

نقترح الحل هو $f(x)$ يعني حلولها عبارة عن دالة

ا. الشكل $y'=ay$

الحل هو $y'=ay$ $f(x)=ce^{ax}$

الحل هو $y'=2y$ $f(x)=ce^{2x}$

ب. الشكل $y'=ay+b$

الحل هو $y'=ay+b$ $f(x)=ce^{ax}-\frac{b}{a}$

الحل هو $y'=2y+3$ $f(x)=ce^{2x}-\frac{3}{2}$

mohamme

مثال: الهدف هو حل المعـــــــــادلة (1)

$y' - 2y = (x-3)e^x$ ..... (1).

1. أوجد a و b حتى تكون $u(x) = (ax+b)e^x$ حلا للمعادلة (1) ..... نعوض ونطابق فقط

$u' - 2u = (x-3)e^x$

روح اشتق u وزيدها $-2u$ وعوضـــــهما في المعادلة وطـــابقهما مع الطرف الأخر رايح تلقى

$a = -1$ و $b = 2$

إذن $u(x) = (-x+2)e^x$

2. حل المعادلة $y' - 2y = 0$.....(2) إذن أكيد هو $y' = 2y$ $y(x) = ce^{2x}$

3. نعتبر حلول(1) هي $y + u$ اذن استنتاج أكيد الحلول $f(x) = y(x) + u(x)$

$f(x) = ce^{2x} + (-x+2)e^x$

4. استنتج أكيد أكيد الخاص حيث $f(0) = 5$

نعوض $f(0) = ce^0 + (-0+2)e^0 = 5$

ومنه نجـــــــــد $c = 3$

ومنه حلـــــــــــــول(1) هي

$f(x) = 3e^{2x} + (-x+2)e^x$

تحب تزيد تبسطها أخرج e^x عـــــاملا مشتركا

$f(x) = (3e^x - x + 2)e^x$

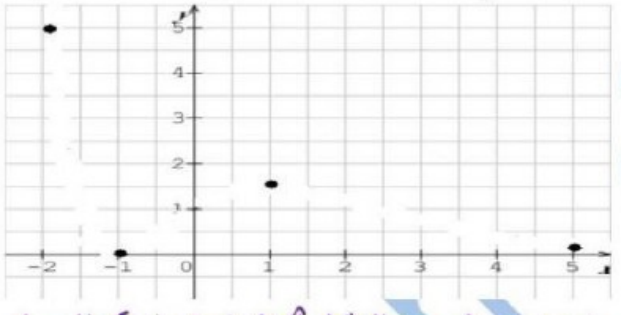
17. كيفية رسم منحنى دالـــــــة :

عندنا جدول تغيرات حبينا نرسمو منو منحنى الدالة تبـــــــــــــع معايا واش رايحين نديرو

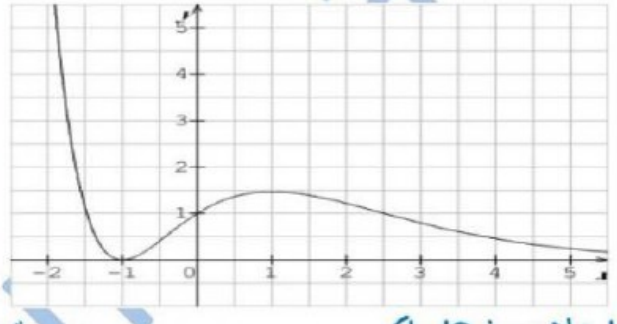
x	-2	-1	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0 ↗	$\frac{3}{2}$ ↘	0

نرسمو معلم ونعينو عليه احداثيات النقط شوف معايالي فوق جدول التغيرات الي راهم في خانة

نتاع x هذوك عبارة على فواصل ولي راهم لتحت في خانة نتاع $f(x)$ عبارة على ترتيبات بمـــــعنى هذيك -2 ترتيبت تاعها $+\infty$ وال -1 ترتيبتها 0 ومنبـــعد عندنا 1 ترتيبتو $3/2$ والاخيرة $+\infty$ ترتيبتها 0 الخطوة المهمة حنا حبينا هذيك $+\infty$ نديروها شغل عدد حقيقي يساوي 5 ولا 8 كيما تحب انت مثلا في هذا المثال نديروها تساوي 5 باه نسهلو العملية هيـــــــــــا نبدو المنحنى يبدأ من $(-2;+\infty)$ و هي كيمـــــا تفـــــاهمنا نكتبوها هكا $(-2;5)$ يعني $+\infty$ نبدلـــــوها نديروها 5 ومنبعد يهبط المنحنى الى النقطـــة $(-1;0)$ ومنبعد يريد يطلع $(1;3/2)$ ومنبعـــد يهبط في الاخير الى $(-2;5)$. روح علم النـــــقط في المعلم كيما هكا شوف النقط السوداء



منبعد نوصلو بين النقط بأكيد شوف كيفاه يولي



أيا خلاص فيها براك ـــــــــــــــــة

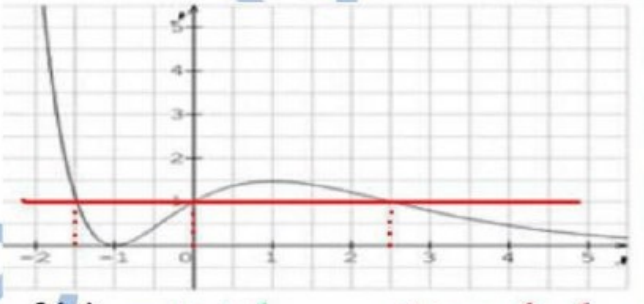
18. الوسيـــــــــــــط m :

ا. كي تكون عندك $f(x) = m$.....

في هذه أكالة أرسم مستقيمات ذو المعـــــــادلة $y = m$ وتكون موازية لمحور الفواصل يعني أفقية وتقاطعهم مع الدالة هذيك هي أكلـــــــــول

مثال: أنظر المنحنى لي في الصفحة رقم 5 $0 < m < 1.5$ هنالك ثلاث تقاطعات يعني ثلاث حلول بالنسبة لإشارة أحل دير إسقاط على محور الفواصل تعرف الإشارة إذا كانت جهة الموجب أوجهة السالب

نعطيك مثال لو ترسم مستقيم اوفقي معادلته $y = 1$ تلقاه يقطع الدالة ثلاث مرات مرة في الجهة الموجبة كي تسقط تجيك 2.5 والثانية تجيك مع محور الترتيب نقولو معدومة والأخيرة في الجهة السالبة كي تسقط تجيك -1.5 شوف الرسم المستقيم الأحمر معادلته $y = 1$



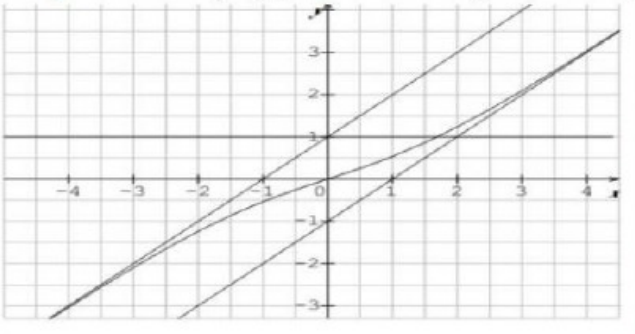
ب. كي تكون عندك..... $f(x) = m + 1$

تبقى نفس المناقشة السابقة روح للحلول السابقة ونقصلهم 1 مثلا $0 < m + 1 < 1.5$ نقص 1 للأطراف تصبح $-1 < m < 0.5$

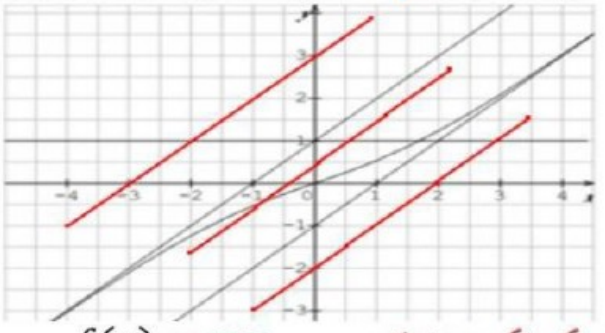
ج. كي تكون عندك..... $f(x) = x + m$

روح جيب المستقيمات لي كيفو في معامل التوجيه مثلا تلقى كاين مستقيم معادلتو $y = x + 1$ ومنبعد دير مطابقة $y = x + 1$ و $y = x + m$ ودير $m = 1$ و $m < 1$ و $m > 1$ فقط تكون المناقشة مائلة كيما المستقيم $y = x + 1$

شوف المثال عندنا زوج مستقيمات مقاربة متوازيين واحد معادلتو $y = x + 1$ ولوخر $y = x - 1$



كي نجو ندیرو في مناقشة $m < -1$ لايوجد حلول و $-1 < m < 1$ كاين حل وحيد و $m > 1$ لا يوجد حلول شوف الخطوط الحمورة كيفاه مرسومين



د. كي تكون عندك.... $f(x) = mx$

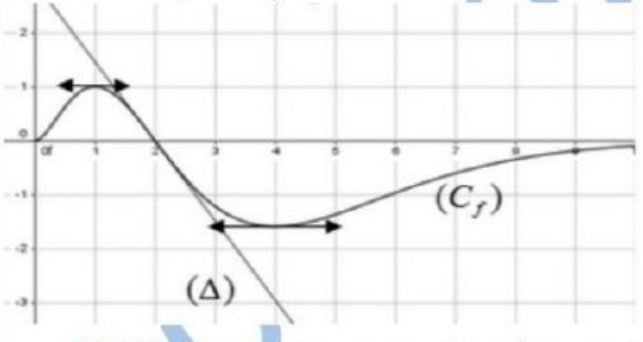
يسموها المناقشة الدورانية يعني المستقيم يدور حول نقطة ثابتة لازم تعرف تحسبها اولا مثلا يعطيك مستقيم معادلتو $y = mx - 2m - 3$ يقولك جيب المستقيمات لي تمر بنقطة ثابتة يطلب تعيينها شوف واش دير اجعلها صفرية

$$y - mx + 2m + 3 = 0$$
$$y + 3 + m(-x + 2) = 0$$

منبعد دير $\begin{cases} -x + 2 = 0 \\ y + 3 = 0 \end{cases}$

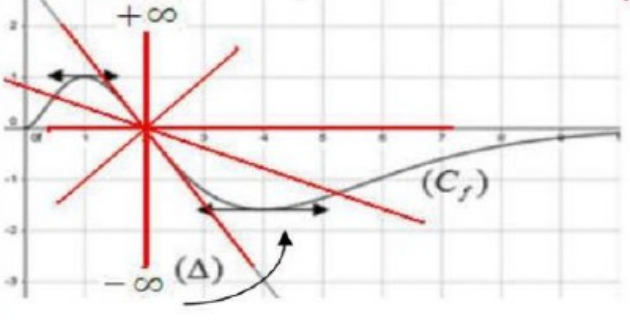
ومنبعد تحسب تلقى النقطة $(2; -3)$

ندیرو مثال باه تقدر تفهمني بيا شوف المنحنى



لو اعتبرنا كل المستقيمات تمر بالنقطة $(0; 2)$ والمستقيم(Δ) معادلتو $y = -4e^{-1}(x - 2)$

ندیرو المناقشة $f(x) = m(x - 2)$



يدور كيما الدائرة المثلثية تخيل دور فيه لتحت $-\infty$ حتان للمستقيم لي معامل توجيه تاعو $-4e^{-1}$ يعني كاين حل واحد ومن المستقيم لي معامل توجيه تاعو $-4e^{-1}$ حتان لصفر يعني حتى يكون أفقي يقطع ثلاث مرات يعني ثلاث حلول وعند الصفر يعني افقي يقطع مرتين عند 0 وعند 2 ومن الصفر الى $+\infty$ حتى يولي عمودي يوجد حل واحد

19. الدوال الأصلية :

أ. Ax^n الدالة الأصلية هي $\frac{Ax^{n+1}}{n+1} + c$

$x^2 + 7$ الأصلية هي $\frac{1}{3}x^3 + 7x + c$

و c هو عدد ثابت يمكن حسابه

ب. $\frac{f'}{f}$ الدالة الأصلية هي $\ln f + c$

$\frac{3}{3x+2}$ الأصلية هي $\ln(3x+2) + c$

ج. e^{ax+b} الدالة الأصلية هي $\frac{1}{a}e^{ax+b} + c$

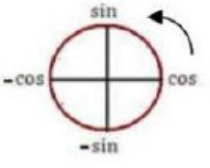
e^{5x+1} الأصلية هي $\frac{1}{5}e^{5x+1} + c$

د. $f'f^n$ الدالة الأصلية هي $\frac{f^{n+1}}{n+1} + c$

$5(5x+2)^2$ الأصلية هي $\frac{1}{3}(5x+2)^3 + c$

د. $\cos(ax+b)$ الدالة الأصلية

هي $\frac{1}{a}.\sin(ax+b) + c$



ه. قانون التكامل بالتجزئة

ماننسوهش هذا هو القانون

$$\int f.'gdx = f.g - \int g.'fdx$$

باه تحسب بالتكامل بالتجزئة لازمك تقسم الدالة إلى دالتين اطهم أسهل طريقة للحساب هوأجزء لي دالته الأصلية تجيك ساهلة هولي ديرو المشتق

مثال: نحسب التكامل $2x\ln x$

نورماطوا $2x$ هي لي دالتها الأصلية تجينا ساهلة مالا هي لي نديروها المشتق شوف معايا

$f'(x) = 2x$..... $f(x) = x^2$

$g(x) = \ln x$..... $g'(x) = \frac{1}{x}$

هيا نعوض وهم في القانون

$$\int 2x\ln x\,dx = x^2\ln x - \int \frac{1}{x}x^2dx$$

$$\int 2x\ln x\,dx = x^2\ln x - \int xdx$$

$$\int 2x\ln x\,dx = x^2\ln x - \frac{1}{2}x^2 + c$$

ومنه الدالة الأصلية نتاع $2x\ln x$ هي $x^2\ln x - \frac{1}{2}x^2 + c$

ولي مافهمنيش يروح يدير رقية شرعية عند كاش طالب مليح.....بالشفاء .

20. حساب مساحة حيز بالتكامل :

$$S = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

كي يقلك احسب مساحة الحيز لي يحصر الدالة $f(x) = x^2$ والمستقيم $y = x - 1$

والمستقيمين $x = 2$ و $x = 1$ من الإنشاء نلاحظ المنحنى نتاع الدالة مربع فوق المستقيم يعني نديرو الدالة ناقص المستقيم والناتج نحسبولو التكامل تاعو شوف معايا عارفك مافهمتنيش

$$S = \int_1^2 (f(x) - y)dx =$$

$$S = \int_1^2 \left(x^2 - (x-1)\right)dx = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$$

نعوضو بال2 ومبعد نقصولو النتيجة تاع 1 شوف

$$S = \left(\frac{1}{3}2^3 - \frac{1}{2}2^2 + 2\right) - \left(\frac{1}{3}1^3 - \frac{1}{2}1^2 + 1\right)$$

$$S = \frac{11}{3}\ us$$

بعد أحساب اضرب النتيجة في وحدة الرسم

mohammed abou

21. عفايس اسئلة الدوال الاصـــليـة :

نعطيوكم شوي أمثلة لي تكرر في البكالـــوريات

مثال(1): بين أن g أصلية لـــــدالة f

$$\begin{cases} g(x) = \dfrac{-1}{x+1}[1+\ln(x+1)] \\ f(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} \end{cases}$$

في هذه الحالة تشتق الدالة الأصـــليـة g ولازم تجيك الدالة f هيا عاونوني يالهاربين في الاشتقاق

$$g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}[1+\ln(x+1)] + \left[0+\frac{1}{x+1}\right]\left(\frac{-1}{x+1}\right)$$

ننشرو ونشوفو واش يخرجلنا إن شـــاء الله خير

$$g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{\ln(x+1)}{(x+1)^2} = f(x)$$

أيا بيووو ومنه نقول صح g هي أصلية لدالة f

مثال(2): ساعات يقولك أوجد الأعداد الحقيقة a و b و c حتى تكون g أصلية لدالة f

$$\begin{cases} g(x) = (ax^2+bx+c)e^{-x} \\ f(x) = (x^2+3x+2)e^{-x} \end{cases}$$

في هذه الحالة نشتقو الدالة الاصلية g ونديروها مطابقة مع الدالة f ونخرجو المعاملات a و b و c

$$g'(x) = (2ax+b)e^{-x} + (-e^{-x})(ax^2+bx+c)$$

$$g'(x) = (2ax+b-ax^2-bx-c)e^{-x}$$

$$g'(x) = (-ax^2+(2a-b)x+b-c)e^{-x}$$

بالمطـــــــابقة مع الدالة f فنجد

$$\begin{cases} -a = 1 \\ 2a-b = 3 \\ b-c = 2 \end{cases} \quad \text{فنجد} \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = -5 \\ c = -7 \end{cases}$$

ومنه $g(x) = (-x^2-5x-7)e^{-x}$

اذا حبيت تتحقق عاود اشتقها الـــــــدالة g

دوك تجيك الدالة f نتمنى راك فهـــــــمتني

مثال(3): ساعات يقولك اوجد الدالة الأصلية لدالة f ويعطيـــــك عبارتها كيما هاك مثلا

$$f(x) = x^2 - e^{2x} + \frac{2x}{x+1}$$

بالنسبة لـ x^2 و e^{2x} طبق قوانينهم مشكلتنا في دالة الكسر السامط ايا نعطيك عفسة بينـــاتنا ضيف للبسط $2+$و -2

$$f(x) = x^2 - e^{2x} + \frac{2x+2-2}{x+1}$$

$$f(x) = x^2 - e^{2x} + \frac{2x+2}{x+1} - \frac{2}{x+1}$$

$$f(x) = x^2 - e^{2x} + \frac{2(x+1)}{x+1} - \frac{2}{x+1}$$

$$f(x) = x^2 - e^{2x} + 2 - \frac{2}{x+1}$$

بدلناها الشكل دوكا نقدرو نحسبوها اصـــليتها

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}e^{2x} + 2x - 2\ln(x+1) + c$$

ساعات يريدك شرط باه تحسب قيمة c مثـــــلا يقولك حيث $F(0) = \frac{3}{2}$ نروحو نعـــــوضو

$$\frac{1}{3}0^3 - \frac{1}{2}e^0 + 0 - 2\ln(0+1) + c = \frac{3}{2}$$

$$c = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

ومنه بعد التعويض تصبح عندنا

$$F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}e^{2x} + 2x - 2\ln(x+1) + 2$$

سر النجاح

هو المحافظة على الصلوات ففي سجودك ارفع مشاكلك وهمومك إلى رب السماوات

تفكر ربك في الرخاء يتفكرك في الشدة

mohamed aroub

المتتاليات العددية

دير هذو العفايس في راسك عزيزي

المتتالية الهندسية	المتتالية الحسابية
$v_5 = v_2 . q^3$	$v_5 = v_2 + 3r$
$(5-2) = 3$	$(5-2) = 3$
إذن القانون	إذن القانون
$v_n = v_p . q^{n-p}$	$v_n = v_p + (n-p)r$
$v_1 . v_3 = {v_2}^2$	$v_1 + v_3 = 2v_2$
إذا كانت عندك	إذا كانت عندك
ثلاث معادلتين عوضها	ثلاث معادلتين عوضها
في معادلة الضرب	في معادلة الجمع

المجموع

$$s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$$

عدد الحدود $n - 0 + 1 = n + 1$

$s_n = v_0 \frac{q^{\text{عددالحدود}} - 1}{q-1}$	$s_n = \frac{\text{عددالحدود}}{2}(v_0 + v_n)$
$s_n = v_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q-1}$	$s_n = \frac{n+1}{2}(v_0 + v_n)$

1. البرهان بالتراجع:

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$$

برهن بالتراجع أن $u_n > 2$

أولا نثبت صحة الشرط الابتدائي $u_0 = 3$ ولدينا

$3 > 2$ ومنه محقق إذن صحيحة

ثانيا نفرض أن $u_n > 2$ ونبرهن صحة u_{n+1}

أي نبرهن أن $u_{n+1} > 2$

ندير عفسة نتاع أكحص ننطلق من $u_n > 2$

نضرب الطرفين في $\frac{1}{2}$ ..... $\frac{1}{2}u_n > \frac{1}{2}2$

نضيف لطرفين 1 ..... $\frac{1}{2}u_n + 1 > 1 + 1$

إذن تصبح ..... $u_{n+1} > 2$ ومنه صحيحة

إذن $u_n > 2$ صحيحة مهما يكن n طبيعي

ملحوظة:

كل استنتاج يأتي بعد البرهان بالتراجع نقول بلي (u_n) محدودة من الأسفل أو الأعلى شوف كيفاه

$u_n > 2$ هنا نقول محدودة من الأسفل بـ 2

$u_n < 2$ هنا نقول محدودة من الأعلى بـ 2

2. اتجاه التغير:

متناقصة $u_{n+1} - u_n < 0$

متزايدة $u_{n+1} - u_n > 0$

مثال السابق :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2}u_n + 1 - u_n$$

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}u_n + 1$$

نخرج $-\frac{1}{2}$ عاملا مشتركا فيصبح الفرق

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}(u_n - 2)$$

شوف ندير أكحص ونعرفوه موجب أو سالب

نقولو لدينا $u_n > 2$

نضيف العدد -2 لطرفين

$$u_n - 2 > 0$$

نضرب في العدد $-\frac{1}{2}$ ورالك عارف يتغير الاتجاه

$$-\frac{1}{2}(u_n - 2) < 0$$

إذن $u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه (u_n) متناقصة

mohammedaboub

3.التقـــــــــارب:

1. إذا لقيت (u_n) متناقصة ومحدودة مـــن الأسفل نقول أن (u_n) متقـــــــــــارية

2. إذا لقيت (u_n) متزايدة ومحـــــــدودة من الأعلى نقول أن (u_n) متقـــــــــــارية

3 النهاية : روح لعبارة أحد العام

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = L$$

u_n هي عبارة أحد العـــــــــــام

عفسة ال L : روح للعبارة التراجعية

$$\lim_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} u_n = L$$

مثال السابق : نحسب النهاية L

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} u_n = L$$

بما أن لديها نفس النهاية نروحو نديرو عفسة ال L

$$L = \frac{1}{2}L + 1$$

$$L - \frac{1}{2}L = 1$$

$\frac{1}{2}L = 1$ يكافئ أن $L = 2$

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = 2$$

وهو العدد لي تلقاه في البرهان بالتـــــــــراجع

ملاحظة :

كل استنتاج يجي بعد حساب نهاية عبـــــارة أحد العام يقصد به التقـــــــــــارب

4.المتتالية الثـــــــابتة:

$$u_0 = u_1 = u_2 = \cdots = u_n = u_{n+1}$$

أي أن:

$$u_{n+1} - u_n = 0$$

5.كيفية إثبات متتالية هندسية:

$$v_{n+1} = v_n . q$$

ننطلق من v_{n+1} لنصل الى $v_n . q$ وفي هذه الحالة نقول أن (v_n) هندســـــــية وأساسها q

مثال1 : اثبت $v_n = e^{2n+1}$ هندســـــية

نضع في بلاصة n نضع $n+1$ فنصـــــبح

$$v_{n+1} = e^{2(n+1)+1}$$

$$v_{n+1} = e^{2n+2+1}$$

نحـــافظ على $2n+1$ والعدد 2 أجديد نخرجوه

$$v_{n+1} = e^2 . e^{2n+1} = e^2 . v_n$$

ومنه هندســـــــية وأساسها e^2

مثال2 : شوف شكل آخر في إثبات الهندسية

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

اثبت أن $v_n = u_n - 6$ متتالية هندسية

تقدر تعرف الأساس قبل ماتبدا تبرهن وهو العدد لي مضروب في u_n اللي هو $\frac{2}{3}$ خليها بينـــــاتنا

نفس الطريقة ننطلق من v_{n+1} لنصل $v_n . q$

$$v_n = u_n - 6$$

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 6$$

نعوض u_{n+1} بقيمتها فيكون عندنا

$$v_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2 - 6 = \frac{2}{3}u_n - 4$$

نخرج $\frac{2}{3}$ عـــــــــــاملا مشتركا فيصبح لدينا

$$v_{n+1} = \frac{2}{3}(u_n - 6)$$

ومنـــــــه $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$

إذن هندسية أساسها $\frac{2}{3}$

وتقدر دير الطريقة نتاع القسمة $q = \frac{v_{n+1}}{v_n}$

دير راسك أنت حر دير الطريقة لي تعجبك

mohammed aboub

6.كيفية إثبات متتالية حسابية:

$$v_{n+1} - v_n = r$$

مثال : اثبت $v_n = 2n + 1$ حســـــابية

نحسب v_{n+1} ونديرو الفرق بينها وبين v_n إذن

$$v_{n+1} = 2(n+1) + 1 = 2n + 3$$

نطبق القانـــــــون

$$v_{n+1} - v_n = 2n + 3 - (2n + 1)$$

$$v_{n+1} - v_n = 3 - 1 = 2$$

ومنه حســـــــــــابية أساسها 2

وهو العدد لي مضروب في n متقول لحتى واحـــد

7.عفسة أجمـــــــلة:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 + v_3 = k & \dots\dots(1) \\ v_1 \times v_2 \times v_3 = k' & \dots\dots(2) \end{cases}$$

أ. إذا كانت المتتالية هندسية:

الوسط الهندسي : $v_1 \times v_3 = {v_2}^2$

عوضها في المعادلة(2) نتاع الضرب تلقى v_2

$$v_1 \times v_2 \times v_3 = v_2 \times {v_2}^2 = k'$$

$${v_2}^3 = k' \quad \text{يكافـــــــــئ} \quad v_2 = \sqrt[3]{k'}$$

باه نحسب الأساس q :

نكتب v_1 و v_3 بدلالة v_2

$$v_3 = v_2 q^{3-2} = v_2 q^1$$

$$v_1 = v_2 q^{1-2} = v_2 q^{-1} = \frac{v_2}{q}$$

نعوض قيمة كل من v_1 و v_3 بدلالة v_2 و q في المعادلة (1)و بمأن v_2 عندك قيمتها يبـــقى المجهول هو q بعد التعويض تجيك معادلة من الدرجة الثانية $aq^2 + bq + c = 0$

بعد ما تفتحها بالمميز يجوك زوج قيـــــم لـــ q

خذ الأساس q :

1. إذا قالك متناقصة هز الأساس $0 < q < 1$

مثلا $\frac{2}{3}$ او $\frac{1}{2}$ او $\frac{1}{4}$ او $\frac{3}{4}$ .....

2. إذا قالك متزايدة هز الأساس $q > 1$

مثلا 2 او 3 او $\frac{3}{2}$ او $\frac{4}{3}$ او .....

ب. إذا كانت المتتالية حسابية:

الوسط الحسابي : $v_1 + v_3 = 2v_2$

عوضها في المعادلة(1) نتاع الجمع تلقى v_2

$$v_1 + v_2 + v_3 = v_2 + 2v_2 = k$$

$$3v_2 = k \quad \text{يكافـــــــــئ} \quad v_2 = \frac{k}{3}$$

باه نحسب الأساس r :

نكـــــــــتب v_1 و v_3 بدلالة v_2

$$v_3 = v_2 + (3-2)r = v_2 + r$$

$$v_1 = v_2 + (1-2)r = v_2 - r$$

نعوض قيمة كل من v_1 و v_3 بدلالة v_2 و r في المعادلة (2)و بمأن v_2 عندك قيمتها يبقى المجهول هو r بعد التعويض تجيك معادلة من الدرجة الثانية $ar^2 + br + c = 0$

بعد ما تفتحها بالمميز يجوك زوج قيـــم لـــ r

خذ الأساس r :

1. إذا قالك متناقصة هز السالب $r < 0$

مثلا -2 او -3 او $\frac{-1}{4}$ او $\frac{-5}{4}$ .....

2. إذا قالك متزايدة هز الموجب $r > 0$

مثلا 2 او 3 او $\frac{1}{4}$ او $\frac{5}{4}$ .....

نتمنى إن شاء الله فهمتوني.

8.متتاليتان متجاورتان:

نقول على أن (v_n) و (u_n) متتاليتان متجاورتان إذا كانت إحداهما متزايدة والأخرى متناقصة ولهما نفس النهاية يعـــــــــني

$$\lim_{n\to+\infty} v_n = \lim_{n\to+\infty} u_n$$

أي $\lim_{n\to+\infty} (v_n - u_n) = 0$

mohamed abou

9.عفايس المجمـــــــوع:

$$s_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$$

(v_n) متتالية هندسية طبق قانون المجموع

$$s_n = v_0 \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$$

إذا كانت : لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بالعبارة

$$u_n = v_n + 3$$

نحسب المجموع s_n' بـــــــدلالة n

$$s_n' = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$$

بمـــــأن $u_n = v_n + 3$

$$s_n' = s_n + 3(n+1)$$

عدد الحدود

إذا كانت : ليكن المجموع k_n حيث (v_n) هندسية

$$k_n = v_0^2 + v_1^2 + v_2^2 + \cdots + v_n^2$$

قم بتربيع الحد الأول والأساس وطبّق نفس القانون

$$k_n = v_0^2 \frac{q^{2(n+1)} - 1}{q^2 - 1}$$

نفس الشيئ بالنسبة للمجمـــــــــــوع L_n

$$L_n = v_0^3 + v_1^3 + v_2^3 + \cdots + v_n^3$$

قم بتكعـــــــــــيب الحد الأول والأساس

$$L_n = v_0^3 \frac{q^{3(n+1)} - 1}{q^3 - 1}$$

نفس الشيئ بالنسبة للمجمـــــــــــوع T_n

$$T_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \cdots + \frac{1}{v_n}$$

قم بقـــــــــــلب الحد الأول والأساس

$$T_n = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{\left(\frac{1}{q}\right)^{n+1} - 1}{\frac{1}{q} - 1}$$

كان فهمتني وجدلي

باه نبعثك للجامعة

النجـــــــــــاح

1. تريد أن تكون مبدعاً في هذه الحياة؟؟ أول خطوة هي الاحتكاك بالناجحين و استمع لأفكارهم و حاورهم هذه أول خطوة للنجاح
2. بعضنا ينجح بذكائه وبعضنا ينجح بغباء الآخرين
3. إذا عرفنا كيف فشلنا نفهم كيف ننجح
4. إن النجاح لا يحتاج إلى أقدام بل إلى إقدام
5. المثابرة و النجاح توأمان الأولى مسألة نوعية و الثاني مسألة وقت
6. النجاح هو الإنتقال من فشل إلى فشل دون أن نفقد الأمل
7. الخوف من أي محاولة جديدة طريق حتمي للفشل
8. عليك أن تتعلم قواعد اللعبة أولاً ، ثم عليك أن تتعلم كيف تلعب أفضل من الآخرين
9. فشل من حولك لا يعني بالضرورة فشلك ، لكن لا تتوقع منهم مساعدتك على النجاح
10. من الملاحظ أن الناجح هو من أحسن استغلال الوقت ، في حين ضيعه غيره
11. الناجحون يقدرون على النجاح لأنهم يعتقدون أنهم يقدرون
12. اعزمْ وكدَّ فإن مضيتَ فلا تقفْ ... واصبرْ وثابرْ فالنجاحُ محققٌ إن شاء الله

mohammedaboub

الاحتمالات

كي يعطيك مجموعتين ويقلك w هي المجموعة الكلية و A هي المجموعة الجزئية و تمثل الأعداد الزوجية و B هي مجموعة جزئية من w

$$w = \{1.2.3.4.5.6.7.8.9\}$$
$$A = \{2.4.6.8\}$$
$$B = \{7.8.9\}$$

احسب الاحتمالات التالية : $P(A)$ و $P(B)$ و $P(\bar{A})$ و $P(A \cup B)$ و $P(A \cap B)$ و $P_A(B)$

$$P(A) = \frac{\text{عددعناصر A}}{\text{عددعناصر w}} = \frac{4}{9}$$

$$P(B) = \frac{\text{عددعناصر B}}{\text{عددعناصر w}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$P(\bar{A})$ يمثل الاحتمال العكسي لـ $P(A)$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

بطريقة أخرى يعني مجموعة $\bar{A}$ هي عكس الأعداد الزوجية وهي الأعداد الفردية $\bar{A} = \{1.3.5.7.9\}$

$$P(\bar{A}) = \frac{\text{عددعناصر } \bar{A}}{\text{عددعناصر w}} = \frac{5}{9}$$

نروحو نحسبو المجموعتين $A \cap B$ و $A \cup B$

$$A \cap B = \{8\}$$
$$A \cup B = \{2.4.6.8.7.9\}$$

$$P(A \cap B) = \frac{\text{عددعناصر } A \cap B}{\text{عددعناصر w}} = \frac{1}{9}$$

$$P(A \cup B) = \frac{\text{عددعناصر } A \cup B}{\text{عددعناصر w}} = \frac{6}{9}$$

بطريقة اخرى نحساب $P(A \cap B)$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$
$$P(A \cap B) = \frac{4}{9} + \frac{3}{9} - \frac{6}{9} = \frac{7-6}{9} = \frac{1}{9}$$

نحسبو $P_A(B)$ اذا كانت عندك $P(A)$ و $P(A \cap B)$ نقولولك بصحتك ديرك لافير هاوليك القانون

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$P_A(B) = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{4}{9}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{1}{4}$$

كوايح لي لازم تعرفهم

العاملي والترتيبة والتبديلة والقائمة والتوفيقة

1. العاملي:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \ldots \times\times .. n$$

مثال أحسب عاملي 5!

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

متنساش $0! = 1$ و $1! = 1$

2. الترتيبة:

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

مثلا باه نحسبو A_5^2

$$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{120}{6} = 20$$

متنساش

$$A_1^1 = 1 \quad \text{و} \quad A_1^0 = 1$$

3. التوفيقة: شوف كيفاه نحسبو توتو

$$C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}$$

مثلا باه نحسبو C_5^2

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!\,(5-2)!} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{120}{12} = 10$$

متنساش

$$C_n^1 = n \quad \text{و} \quad C_n^n = C_n^0 = 1$$

4. التبديلة:

هذا هو القانون $A_n^n = n!$

mohammed aboub

5.القائمة:

هذا هو القـــــانون n^p

مثال صندوق به 9 كريات نسحب منه ثلاث كريات و بإرجاع الكرية المسحوبة إلى الصندوق الحل هو عدد الكريات في الصندوق أس ثلاثة

$$9^3 = 729$$

6.لعفايس تاع الأسئلة:

أ. الجمعيـــــــات:

كي يقلك جمعية مكونة من مدير ومراقب وووو وساعات ميذكرلكش الوظيفة شوف بواه تخدم

إذا ذكر وظيفة الأشخاص اخـــدم بالترتيبة A_n^p

إذا لم يذكر الوظيفة اخـــــدم بالتوفيقة C_n^p

ب. الســـــــحب:

لـــــدينا n كرية و نســـــحب p كرية

كي يقلك نسحب في آن واحد ولا نسحب ونرجع ولا نسحب و منرجعش شوف بواه تخدم

إذا قالك نسحب في آن واحد تخدمو بالتوفيقة C_n^p

إذا قالك نسحب على التوالي و بدون إرجاع هنا تخدمـــــــــــو بالترتيبة A_n^p

إذا قالك نسحب على التوالي بالإرجاع هنـــــا تخدمـــــــــــو بالقائمة n^p

7.كيفاه تحسب بالآلة الحاسبة:

كاين رمز $X!$ يقصد به العاملي تروحلو بـــ SHIFT كاين خانة مكتوب عليها ncr هذيـــك معناها التوفيقة باه تحسب مثلا C_5^2 شـــوف واش دير كليكي على 5 ومنبعد ncr ومنبعد كليكي على 2 كاين خانة مكتوب عليها npr تروحلها SHIFT هي نفس الخانة تاع ncr هذيك معناها الترتيبة باه تحسب مثلا A_5^2 شوف واش دير كليكي على 5 ومنبعد SHIFT ومنبـــــعد ncr و كليكي على 2 كاين نوع تلقى الرمز ncr و npr في خانة $\times$ و $\div$ عارفكم هاربين في الآلة الحاسبة أكيد فهمتوني

8.تمرين بسيط وشامل :

صندوق به 12 كرية 5 حمراء و3 صفراء و4 سوداء نسحب 3 كريات في آن واحد

- ماهو عدد السحبات الممكنة
- ماهو احتمال ظهور 3 كريات حمـــــراء فقط
- ماهو احتمال ظهور كرية سوداء واحـــــدة عـــــــــــــلى الأقل
- ماهو احتمال ظهور كريتين صفراء على الأكثر
- ماهو احتمال ظهور كريتين حمراء وكرية سوداء

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبـــــة عدد الكريـــــــــــــــات الحمراء

- حدد القيم التي يأخذها X
- حدد قانون الاحتمال
- احسب الأمل الرياضي
- احسب التباين
- احسب الانحراف المعياري

الإجـــــــابة

أول حاجة تخدمو بالتوفيقة C_n^p على خاطر قالك نســـــــــحب في آن واحد

السحبات الممكنة هو من 12 نهزو 3 يعـــني

$$C_{12}^3 = 220$$

- احتمال ظهور 3 كرات حمراء فقط يعني من 5 نهزو 3 يعني $C_5^3 = 10$ ونقسمهم على الحالات الممـــكنة $P(A) = \frac{10}{220}$
- احتمال ظهور كرية سوداء واحدة على الأقل يعـني واحدة أو اثنان أو ثلاث

mohamed aboub

شوف كي تلقى أو يعني الجمع

كي تلقى و يعني الضرب

C_4^1 يعني من 4 سوداء نهزو واحدة و نكملو من 8

لخرين لي بقاو نكملو زوج يعني C_8^2 نستعملو الضرب

شوف الخدمة لي نديروها سااااااااااااااهلة

$C_4^1C_8^2$ يعني واحدة سوداء ولخرين نهزو زوج

$C_4^2C_8^1$ يعني زوج سوداء ولخرين نهزو وحدة

$C_4^3C_8^0$ ثلاث سوداء ولخرين مانهزو والو

$$P(B) = \frac{C_4^1C_8^2+C_4^2C_8^1+C_4^3C_8^0}{220} = \frac{164}{220}$$

- احتمال كريتين صفراء على الأكـــــــثر

يعني يا زوج يا وحدة يامكانش نفس الخدمـــــة

$$P(C) = \frac{C_3^2C_9^1+C_3^1C_9^2+C_3^0C_9^3}{220} = \frac{219}{220}$$

- ماهو احتمال ظهور كريتين حمراء وكرية سوداء

$$P(D) = \frac{C_5^2C_4^1}{220} = \frac{40}{220}$$

ـقيم X الممكنة $X = \{0.1.2.3\}$

ـقانون الاحتمال هو تحسب كل حالة وتقسمها على الحالات الممكنة

$$P(x=0) = \frac{C_5^0C_7^3}{220} = \frac{1\times 35}{220} = \frac{35}{220}$$

$$P(x=1) = \frac{C_5^1C_7^2}{220} = \frac{5\times 21}{220} = \frac{105}{220}$$

$$P(x=2) = \frac{C_5^2C_7^1}{220} = \frac{10\times 7}{220} = \frac{70}{220}$$

$$P(x=3) = \frac{C_5^3C_7^0}{220} = \frac{10\times 1}{220} = \frac{10}{220}$$

باه تتحقق من حساباتك صحيحة قانون الاحتمال كي تجمعهم كل الناتج يطلع 1 هيا تجربو وربي يسهل

$$\frac{35}{220}+\frac{105}{220}+\frac{70}{220}+\frac{10}{220} = \frac{220}{220} = 1$$

ـالأمل الرياضي

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} X_iP_i$$

هو تضرب كل حالة من الحالات لي حسبتهم من قانون الاحتمال في المتغير X تاعها

$$E(X) = \sum_{i=1}^{i=4} X_iP_i = 0P(0)+1P(1)+2P(2)+3P(3)$$

$$E(X) = 0\frac{35}{220}+1\frac{105}{220}+2\frac{70}{220}+3\frac{10}{220}$$

$$= \frac{0}{220}+\frac{105}{220}+\frac{140}{220}+\frac{30}{220} = \frac{275}{220} = 1.25$$

ـالتباين

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n}\left(X_i - E(X)\right)^2P_i$$

نورمـــالموا راك فاهم كيفاه تحسب هي خدمة طويلة وتقلق كبر بالك وربي يكون في عـــونك

هيا عاونوني ونبدو نحسبو

$$V(X) = (0-1.25)^2\frac{35}{220}+(1-1.25)^2\frac{105}{220}+(2-1.25)^2\frac{70}{220}+(3-1.25)^2\frac{10}{220}$$

$$V(X) = 0.596$$

ـالانحراف المعياري

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

يعني القيمة لي تلقاها في التباين تجذرها

$$\sigma(X) = \sqrt{0.596} = 0.77$$

mohammed ahouh

معناه لي غلط في قيمة الأمل الرياضي نقولولو عظم

الله أجرك وربي يعوضهالك في الفلسفـــة

9.تمرين ثاني ابسط من الأول :

صندوق به 12 كرية 5 حمراء و3 صفراء و4 سوداء

نسحب 3 كريات على التوالي بدون إرجاع

- ماهو عدد السحبات الممكنة
- ماهو احتمال ظهور 3 كريات حمراء فقط
- ماهو احتمال ظهور كرية سوداء على الأقل

ماهو احتمال ظهور كريتين صفراء على الأكثر

الإجـــــابة

نفس الخدمة نتاع مقبيل غير خدمو بالترتيبة

عدد السحبات الممكنة $A_{12}^{3} = 1320$

$$P(A) = \frac{A_5^3}{1320} = \frac{60}{1320}$$

$$P(B) = \frac{3A_4^1A_8^2+3A_4^2A_8^1+A_4^3A_8^0}{1320} = \frac{984}{1320}$$

$$P(C) = \frac{3A_3^2A_9^1+3A_3^1A_9^2+A_3^0A_9^3}{1320} = \frac{1314}{1320}$$

10.دستور ثنـــــائي أحد:

اسمو كبر منو متخافش غير قـــانون برك

$$(a+b)^n = \sum_{P=0}^{P=n} C_n^p a^{n-p}b^p$$

$$(a+b)^n = C_n^0 a^{n-0}b^0 + C_n^1 a^{n-1}b^1 + C_n^2 a^{n-2}b^2 \ldots + C_n^n a^{n-n}b^n$$

ندير مثال باه تفهموني مليح مليح هيا تبـــع معايا

$$(a+b)^3 = C_3^0 a^{3-0}b^0 + C_3^1 a^{3-1}b^1 + C_3^2 a^{3-2}b^2 + C_3^3 a^{3-3}b^3$$

يعني n تبقى تساوي 3 وأما P قيمتها تتغير من 0 إلى 3 عاود شوف القـــــانون دوك تفهم

$$(a+b)^3 = 1a^3 1 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + 1a^0b^3$$
$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

11.شجرة الاحتمـــــال:

مع احتراماتي للشجر هذه أسمط شجرة

اطلعهم عمتي الشجرة تقولكم كي نسحبو عشـــوائيا بإرجاع ولا بدون إرجاع أحاجة المسحـــــــوبة

هههههه تبع معايا نعطيكم مثال... ابتسم

ندير مثال أحسن باه تفهموني قـــــولو بسم الله

المثال الأول

صندوق به 7 كريات منها 4 حمراء و3 ســـــوداء نسحب عشوائيا كرية نسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق ثم نسحب مرة أخرى كرية ونسجل لونها حاب يقول نسحب كريتان بإرجاع الكرية المسحوبة

الأسئلة

- أنشئ شجرة الاحتمالات
- ماهو احتمال الحصول على كريتين حمراوين
- ماهو احتمال الحصول على كريتين سوداوين
- ماهو احتمال الحصـــــــــول على كريتين مختلفتين في اللـــــــــــــون

الاجابة

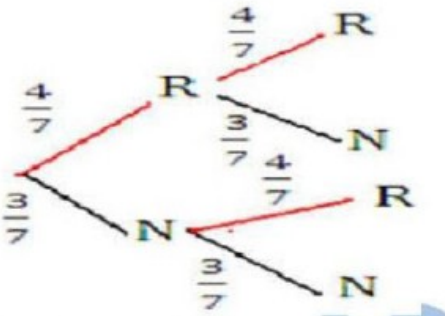
شوف معايا أنت كي تسحب مرتين وترجع الكرية المسحوبة معنـــــاه العدد تاعهم يبقى نفسو نرمزو للكرية الحمراء R والسوداء N

$\frac{3}{7}$ نقصدو بيها 3 كريات سوداء من العدد الكلي 7

$\frac{4}{7}$ نقصدو بيها 4 كريات حمراء من العـــدد الكلي 7

شوف معايا كي تسحب الأولى ممـــكن تكون حمراء ولا سوداء يعني إما $\frac{3}{7}$ او $\frac{4}{7}$ كي ترد تسحب الثانية يعني تكون أنت رجعت الأولى يعني يبقى العـــدد نفسو معناه الثانية قد تكون $\frac{3}{7}$ او $\frac{4}{7}$

mohammedaboud



باه تعرف روحك صحيح كي تجمع زوج أغصان احمر مع اسود يجيك الناتج واحد يعني $\frac{3}{7}+\frac{4}{7}=1$

- ماهو احتمال حصـــــول على كريتين حمراوين او احتمال حصول على سوداوين يعني إما الزوج حمورة ولا الزوج سوداء مثلا كي شغل تقول الأولى حمراء و الثانية حمراء نديرو الضرب نتبعو الغصن لي فيه R

اذا كانو زوج حمراء R——R

$$P(\mathrm{R})=\frac{4}{7}.\frac{4}{7}=\frac{16}{49}$$

اذا كانو زوج سوداء N——N

$$P(\mathrm{N})=\frac{3}{7}.\frac{3}{7}=\frac{9}{49}$$

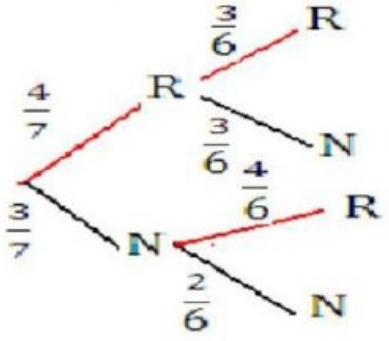
- ماهو احتمال حصـول على كريتين مختلفتين في اللـون نشوفو الاغصان وين تكون R مع N يعني إما الأولى حمراء والثانية سوداء او الاولى سوداء والثانية حمراء يعني أجمع R——N N——R

$$P(\mathrm{B})=\frac{3}{7}.\frac{4}{7}+\frac{4}{7}.\frac{3}{7}=\frac{24}{49}$$

تحقق من أحساب باستخدام القـــــائمة n^p

المثال الثاني

نفس الاسئلة بصح نسحب كريتان بـــــدون ارجاع الكرية المسحوبة شوف يعني اذا كـــــانت الاولى سوداء ففي السحبة الثانية يكونو ناقصـــين كرية وحدة سوداء واذا كانت الأولى حمراء يعـــــني في السحبة الثانية يكونو ناقصين حمورة وحـــــدة على خاطر تسحب وماترجعش معناه يبـــقو 3 كي ماترجعش الكرية المسحوبة يعني الصندوق في السحبة الاولى يكونو فيه 7وفي السحبة الثانية يكونو فيـــه 6 ياااااااو رااك مترجعش لمسحوبة



نفس طريقـــــــــــــــــــة الإجابة

اذا كانو زوج حمراء

$$P(\mathrm{R})=\frac{4}{7}.\frac{3}{6}=\frac{12}{42}$$

واذا كانو زوج سوداء

$$P(\mathrm{N})=\frac{3}{7}.\frac{2}{6}=\frac{6}{42}$$

اذا كانو مختلفين في اللون

$$P(\mathrm{B})=\frac{4}{7}.\frac{3}{6}+\frac{3}{7}.\frac{4}{6}=\frac{24}{42}$$

تحقق من أحساب باستخدام الترتـــــيبة A_n^p

....كان فهمتني مليح وجد الشخشوخة....

وعرضني متنسـانيش

.....

الثقة بالنفس بعد التـــــوكل على الله مطلوبة شرعا ، فالمسلم يتعين عليه أن يحسن الظن بالله تعـــــــــــالى وأن يتفاءل لنفسه الخير والنجـــــــاح دائماً ويسعى باستمرار في سبيـــــــل الارتقاء لتحصيل الكمـــــــــــال

mohammed aboud

الأعـــــــداد المركبة

ماعليش دخل في راسك بلي $i^2 = -1$

1.طويلة عدد مركب $|Z|$:

ليكن العدد المركب $Z = -4 + 3i$

$$|Z| = \sqrt{(-4)^2 + (3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

أطونسيو دخّل i تحت أجذر راك دير كـــارثة

2.عمدة عدد مركب $\theta = arg(Z)$:

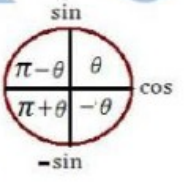
علابالي بيك تكره $\sin\theta$ و $\cos\theta$ أصبر معايـــا لازمك تعرف تحسب الطويلة باه تحسب العمـدة

مثال : ليكن العدد المركب $Z = -1 + \sqrt{3}i$

نحسبو الطويلة تجينـــا

$$|Z| = \sqrt{4} = 2$$

$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{-1}{2} \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$



من الدائرة المثلثية الربع لي cos سالب و sin موجب هو الربع الثاني يعني هي الزاوية $\frac{\pi}{3}$ في الربع الثاني تـــــولّي $\pi - \frac{\pi}{3}$ نعطيك عفسة مليحة شـــــوف كيفاه تعرف الزوايا الشهيرة $Z = x + yi$

$x > y$ يعني الزاوية $\frac{\pi}{6}$ مثلا $Z = \sqrt{3} + 1i$

$x < y$ يعني الزاويـــة $\frac{\pi}{3}$ مثلا $Z = 1 + \sqrt{3}i$

$x = y$ يعني الزاوية $\frac{\pi}{4}$ مثلا $Z = \sqrt{3} + \sqrt{3}i$

$x = 0$ يعني الزاويـــة $\frac{\pi}{2}$ مثلا $Z = \sqrt{3}i$

أما الإشارة تدل على الربع روح لـــدائرة المثلثيـــة كيما ديرنا المثال السابق عرفنا الزاوية والربع وحسبنا

3.مرافق عدد مركب $\bar{Z}$:

$Z = 4\sqrt{3} + 4\,i$ مرافقه $\bar{Z} = 4\sqrt{3} - 4\,i$

الطلعم أعكس إشارة أجزء التخيـــــــــلي

4.الشكل الأسـي :

كي تحسب الطويلة والعمدة طبّق $Z = |Z|e^{\theta i}$

العدد المركب السابق $Z = -1 + \sqrt{3}i$ طويلته 2

وعمدته $\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ نعوض في القانون يصبح

$Z = 2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ متقوليش برك هذه صعيبـــة

5.الشكل المثلثي :

كيـف نحوه طبق القـــــــــــانون هـــذا

$$Z = |Z|(\cos\theta + i\sin\theta)$$

من المثال السابق $Z = -1 + \sqrt{3}i$ عندك الطويلة والعمدة طبّق $Z = 2(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3})$

6.الشكل الجبري :

هذا راهو مكتوب كتابة جبرية $Z = -1 + \sqrt{3}i$

المشكل كيفاه نروح من الأسي والمثلثي إلى الجبري

دير في بالك هذو $\frac{1}{2} = 0.5$ و $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$ و

$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$ هذو الزوايا الشهيرة باه تجينا ساهلة

الانتقال من الأسي والمثلثي إلى الجبري شوف المثال

$$Z = 2e^{\frac{2\pi}{3}i} = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$Z = 2(-0.5 + i0.866)$$

$$Z = 2\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -1 + \sqrt{3}i$$

7.عفايس الشكل $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = a$:

أ. إذا كان $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = ai$:

a سالب فإن الزاوية هي $-\frac{\pi}{2}$

a موجب فإن الزاوية هي $\frac{\pi}{2}$

1. إذا كانت $a = 1$ أو $a = -1$ في هذه الحالة نقول أن المثلث ABC قائم في B و متساوي الساقين

2. إذا كانت $a \neq 1$ و $a \neq -1$ في هذه الحالة نقول أن المثلث ABC قائم في B فـــــــقط

mohammed abound

ب. إذا كان $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}=+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$:

باين المثلث ABC متقايس الأضلاع

ج. إذا كان $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}=a$:

إذا لقيت a عدد حقيقي يعني أن النقط C. B. A على استقامة واحدة يعني $\overrightarrow{BA}=a\overrightarrow{BC}$

د. إذا كان $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}=a$

نقدرو نكتبوه من الشكل $z_A-z_B=a(z_C-z_B)$

نقولو يوجد تحويل نقطي وطبيعته حسب السيد a

ملحوظة: $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_D}=\pm 1$

تلقاه 1 نقولو ABDC متوازي أضلاع $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{DC}$

تلقاه -1 نقولو ABCD متوازي أضلاع $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$

8. تفسير الهندسي لشكل $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}=a$:

1. الطويلة : $|BA|=a|BC|$

2. العمدة : $arg(a)=(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})$

9. دستور موافر:

$$Z^n=|Z|^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$$

ساعات يقلك اوجد قيمة n حتى يكون:

يكون Z^n حقيقي صرفا: يعني $\sin n\theta=0$

وهذا يكافئ $n\theta=k\pi$ ومنبعد جيب قيمة n

إذا كان k زوجي يولّي Z^n حقيقي موجب

إذا كان k فردي يولّي Z^n حقيقي سالب

يكون Z^n تخيلي صرفا: يعني $\cos n\theta=0$

وهذا يكافئ $n\theta=\frac{\pi}{2}+k\pi$ ومنبعد جيب n

إذا كان k زوجي يولّي Z^n تخيلي موجب

إذا كان k فردي يولّي Z^n تخيلي سالب

متنساش بلي n عدد طبيعي يعني k يكون طبيعي

ساعات يقلك أحسب مثلا: $Z=2e^{\frac{2016\pi}{3}i}$

$$Z=2e^{\frac{2016\pi}{3}i}=2(\cos\frac{2016\pi}{3}+i\sin\frac{2016\pi}{3})$$

$$Z=2(1+i0)=2$$

10. التحويلات النقطية:

العبارة المركبة

$Z'=\alpha Z+\beta$

α عدد حقيقي — α عدد مركب

نعرف الطبيعة حسب السيد α

$\|\alpha\|=1$ دوران	$\alpha=1$ انسحاب
$\|\alpha\|\neq 1$ تشابه مباشر	$\alpha\neq 1$ تحاكي

العناصر المميزة لتحويلات :

1. نسبته هي $|\alpha|$ بالنسبة لدوران والتشابه

أما بالنسبة لتحاكي والانسحاب النسبة هي α

2. الزاوية هي $arg(\alpha)$

3. المركز هو w حيث $z_w=\frac{\beta}{1-\alpha}$

ملاحظة : المركز w هو النقطة الصامدة يعني تحويلها هو نفسها معناه $Z_w=\alpha Z_w+\beta$

كي يقلك اوجد Z_C حيث C صورة A بالتحويل النقطي الذي مركزه B (دير في بالك بلي Z_C تجي في بلاصة Z') اكتب مباشرة الجملة

$$Z_C=\alpha Z_A+\beta$$

بالطرح تجيك $Z_B=\alpha Z_B+\beta$

$$Z_C-Z_B=\alpha(Z_A-Z_B)$$

إذا عطاك مثلا دوران وقالك مركزه O دير في بالك بلي $\beta=0$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ متنساش بلي $|\alpha|=1$ أي العبارة المركبة بالشكل الأسي هي $Z'=1e^{\frac{\pi}{2}i}Z$

وإذا حبيت تكتبها على الشكل الجبري $Z'=iZ$

11. المرجح G لـ $\{(A,-1)(B,2)(C,2)\}$:

$$Z_G=\frac{-Z_A+2Z_B+2Z_C}{-1+2+2}$$

إذا قالك مركز ثقل مثلث هز المعاملات 1.1.1

mohamed aboub

12.طبيعة الربـــــاعيات:

ليكن الرباعي ABCD

حيث قطراه $[AC]$ و $[BD]$

أ. متوازي أضـــــلاع:

يكفي أن نثبت أن القطران متناصـــــــــفان

أو $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ يعـــني $Z_B - Z_A = Z_C - Z_D$

ب. مستطـــــيل: لازم يكون فيه $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

إما أن تثبت أن القطران $[AC]$ و $[BD]$ متساويان

وموش متعامدان أو $AB \neq BC$ وزيد متعامدان

ج. المربـــــــع: لازم يكون فيه $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

إما أن تثبت أن القطران $[AC]$ و $[BD]$ متساويان

ومتعامدان أو $AB = BC$ وزيد متعامدان

د. المعـــــــين: لازم يكون فيه $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

إما أن تثبت أن القطران $[AC]$ و $[BD]$ مـــــوش

متساويان ومتعامدان أو $AB = BC$ وزيـــــد

مـــــــــــــوش متعامدان

ملاحظة : كي يكون عندك $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ وزيد

عندك هذا الشكل $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B} = ai$

نقدر نعرف الرباعي من طبيعة التحويل النقطـــي

الـــــــــدوران:

مـــربع $= \frac{\pi}{2}$

معـــين $\neq \frac{\pi}{2}$

التشابه المبـــــاشر:

مستـطيل $= \frac{\pi}{2}$

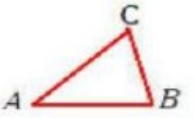
متوازي أضلاع $\neq \frac{\pi}{2}$

13.المثلثـــــــــات:

أحسب الأطوال $AB = AC = BC$

باين نقول أن المثلث ABC

متقايس الأضلاع



وإذا كان $AB^2 + AC^2 = BC^2$ نقولو أن

المثلث ABC قائم في A وإذا كان $AB = AC$ زيد

متساوي السـاقين

14.مجموعات النقط:

1. إذا لقيت $GM = 3$.....

نقولو مجموعة النقط M هي دائرة مركزها G

ونصف قطرها 3 .. (ياو رانا في الأعداد المركبة

رد بالك تقـــــــــول سطح كرة)

2. إذا لقيت $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$.....

نقولو مجموعة النقط M هي دائرة قطرها $[AB]$

3. إذا لقيت $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{AB} = 0$.....

نقولو مجموعة النقط M هي مستقيم الذي يشمل

النقطة G والشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي عليه

4. إذا لقيت $|Z - Z_A| = |Z - Z_B|$ .....

يعني $AM = BM$ نقولو مجموعة النقط M هي

مستقيم الذي هو محور القطعة $[AB]$ أو نقول

هو المستقيم الذي يشمل منتصف $[AB]$ والشعاع

$\overrightarrow{AB}$ عمـــــــــــــــــودي عليه

5. إذا لقيت $arg(Z - Z_A) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ ....

نصف مستقيم $[AM)$ مبدؤه النقـــــطة A

6. إذا لقيت $Z - Z_A = 2e^{\theta i}$ .....

هنا الطول ثابت وهو 2 ولكن الزاوية متغيرة يعني

راح ترسملنا دائرة مركزها A ونصـــــف قطرها 2

....

أكثروا من الصلاة والسلام على النبي

المختار يفتح الله عليكم أبواب رحمته

ويشرح صدوركم ويزيل همومكم ويرفع

مقامكم إلى الدرجات العلى والمنازل

الشريفة

mohamed abou

الهندســـــــة الفضائية

1. المسافة بين نقطتين:

$A(2;3;5)$ و $B(-1;4;2)$

$$AB=\sqrt{(-1-2)^2+(4-3)^2+(2-5)^2}$$

$$AB=\sqrt{(-3)^2+(1)^2+(-3)^2}$$

$$AB=\sqrt{19}$$

المسافة AB هي نفسها BA كيف كيـــــف

2. المسافة بين نقطة ومستوي:

لتكن النقطة $A(-2;3;4)$ والمستوي (P)

$$(P): x+2y-3z-6=0$$

$$d=\frac{|1(-2)+2(3)-3(4)-6|}{\sqrt{(1)^2+(2)^2+(-3)^2}}$$

$$d=\frac{|-14|}{\sqrt{14}}=\frac{14}{\sqrt{14}}=\sqrt{14}$$

3. شرطي التعـــامد والتـــوازي:

هما قلب الهندسة الفضـــــــــائية

أ. شرط التعـــــامد : $\vec{u}(2;3;-2)$ و $\vec{v}(1;2;4)$

نقول على أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان إذا كان $\vec{v}.\vec{u}=0$

$$1(2)+2(3)+4(-2)=0$$

ومنه الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعـــــــــامدان

ب. شرط التوازي : $\vec{u}(2;-1;4)$ و $\vec{v}(6;-3;12)$

نقول على أن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متوازيان إذا كان $\vec{v}=k.\vec{u}$

$$\frac{6}{2}=\frac{-3}{-1}=\frac{12}{4}=3$$

ومنه الشعاعان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متوازيـــــــــان

ملحـــوظة:

نقول على أن النقط A ، B و C تعين مستو أو ليست على استقامة واحدة يكفي فقط أن تثبت بلي $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا يعنـــــــــي غير متوازيـــــــــــــان

4. معـادلة ديكارتية لمستوي:

أ. يشمل A و $\vec{n}$ نـــــاظمي له :

المستوي يفوت بالنقطة $A(-2;1;4)$

و $\vec{n}(5;-4;3)$ ناظمي عليه شوف اكتب الشكل العـــــــــام للمستوي وعـــوض

الشكل العام $(p): ax+by+cz+d=0$

عوض الناظمي فتجد $5x-4y+3z+d=0$

عوض النقطة A تلـــــــــقى قيمة d

$$5(-2)-4(1)+3(4)+d=0$$

يكافـــــئ $d=2$ ومنه المعادلة هي

$$(p): 5x-4y+3z+2=0$$

ب. يشمل النقط A ، B و C :

$A(1;1;-1)$، $B(2;3;2)$ و $C(-1;2;4)$

نفرض الناظمي $\vec{n}(a;b;c)$ و لدينـــا $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ شعاعي توجيه المستوي وديما يكونو معامدين لناظمي $\vec{n}$ معناه كي تظربهم في الناظمي الناتج 0

$\vec{n}$ يعامد $\overrightarrow{AB}$ يعـــــني أن $\overrightarrow{AB}.\vec{n}=0$

$\vec{n}$ يعامد $\overrightarrow{AC}$ يعـــــني أن $\overrightarrow{AC}.\vec{n}=0$

$$\begin{cases} a+2b+3c=0 \\ -2a+b+5c=0 \end{cases}$$ افرض a او b او c

وساويها مثلا بـ 1 ثم حل الجملة تلقى البقية

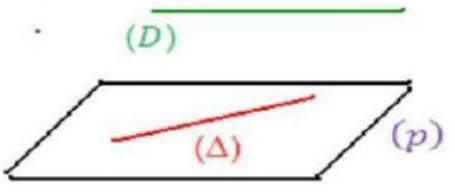
كي تلقى الناظمي $\vec{n}$ وعندك واحدة من هذوك النقط A ، B و C نفس خطوات المستوي لي قبلو (p)

ج. يشمل A ويعامد مستقيم (Δ) :

دير في بالك بلي $\vec{u}$ شعاع توجيه المستقيم (Δ) هو يعتبر الناظمي $\vec{n}$ تاع المستوي وعندك النقطة A

هـــــاواش قـــــــاعد تستنـــى !!!!

د. مستوي يحوي مستقيم (Δ) ويوازي (D) :



يعتبر $\vec{u}_\Delta$ و $\vec{u}_D$ هما شعاعي توجيه المستوي (p)

mohamed aboub

روح جيب بيهم الناظمي $\vec{n}$ ومنبعد افرض قيمة للوسيط t وعوضها في المستقيم (Δ) تلقى نقطة يفوت بيها (Δ) ويزيد يفوت بيها المستوي (p) أيا كمل الخطوات يريك السمـــــــــــاطة

5.تمثيل وسيطي لمســـــتوي:

لازم يكون عندك زوج أشعة توجيه ونقطـــــة مثلا $\vec{u}(2;3;-2)$ و $\vec{v}(1;2;5)$ و $A(-1;7;4)$ نقولو نفرض أن $M \in (p)$ ومنبعد نكتب

$$\overrightarrow{AM} = t\vec{u} + k\vec{v}$$

$$(t \in R)(k \in R) \begin{cases} x = 2t + k - 1 \\ y = 3t + 2k + 7 \\ z = -2t + 5k + 4 \end{cases}$$

6.تمثيل وسيطي لمســـــتقيم (Δ):

أ. يشمل A و$\vec{u}$ توجيـــــها لك:

لازم يكون عندك شعاع توجيه ونقطة مثـــــلا $\vec{u}(5;3;-2)$ و $A(3;-2;4)$ أيا نقولو نفرض أن $M \in (\Delta)$ ومنبعد نكتب $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$

$$(t \in R) \begin{cases} x = 5t + 3 \\ y = 3t - 2 \\ z = -2t + 4 \end{cases}$$

ب. يشمل النقطتين A وB :

دير في بالك بلي $\overrightarrow{AB}$ هو نفسه $\vec{u}$ شعـــاع توجيه المستقيم (Δ) وعندك زوج نقاط A وB عـــــوض واحدة فيهم وربي يعوضلك الأيام الحـــــــلوة

ج. يشمل A ويعامد مستوي (p) :

منبقاوش نعاودو في الهدرة عندك الشعاع الناظمي $\vec{n}$ نتاع (p) يعتبر شعاع توجيه المستقيم (Δ) وعنـــــدك النقطة A أيا توكـــــل على ربي

7.معادلة سطـــــح كرة (S) :

اذا كان عندك المركز و القـــــطر راك ديرت لافير

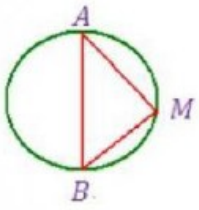
أ. مركزها W ونصـــــف قطرها R :

لازم تكون $M \in (S)$ ولازم تقلّو بلي $WM = R$

نفرض المركز $W(5;3;-7)$ ونصف القطر $R = 2$

$$(x-5)^2 + (y-3)^2 + (z+7)^2 = 2^2 = 4$$

ب.عندك قطرها مثلا هو $[AB]$:



لازم تكون $M \in (S)$ في هذه الحالة يـــولّي الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و$\overrightarrow{BM}$ متعـــــامدان أي $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$

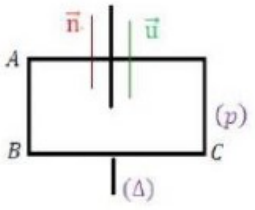
إذا حبيت أحسب المركز W وهو منتصف القطعة $[AB]$وأحسب الطول AB وأقسمو على 2 هو نصف القطر وأحدم بالقـــــــــــــــــانون الأول

8.عفايس المستوي و المســـتقيم:

$\vec{u} \,//\, \vec{n}$ يعـــــــــني $(\Delta) \perp (p)$

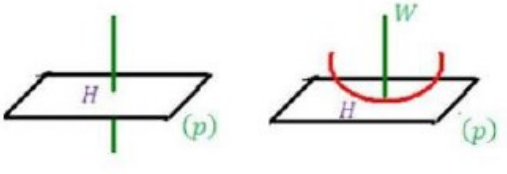
$\vec{u} \perp \vec{n}$ يعـــــــــني $(\Delta) \,//\, (p)$

وإذا قالك بيّن أن المستقيم (Δ) يعامد المستوي (ABC)شوف معايا



اثبت أن الناظمي $\vec{n}$ نتاع المستوي يوازي $\vec{u}$ التوجيه نتـــاع المستقيم أو اثبـت بلي $\vec{u}$ التوجيه نتاع المستقيم يعامد $\overrightarrow{AB}$ و$\overrightarrow{AC}$ شعاعي توجيه نتـــــــــــــاع المستوي...اسمحلي إذا كسرتلك راسك

9.إحداثيات المسقط العمودي أو تقاطع مستقيم ومستوي أو نقطة تماس سطح كرة مع مستوي:



في الحالات الثلاث نجيبو تمثيل وسيطي للمستقيم

mohammed aboub

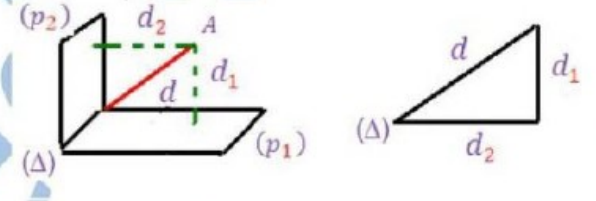
ونعوضوه في معادلة المستوي (p) نلقاو قيمة t ومنبعد نعوضو t في التمثيل الوسيطي نتاع المستقيم نلقاو النقطة H لازمك دير في بالك بلي المستقيم يعامد المستوي معناه الناظمي نتاع المستوي هو التوجيه نتاع المستقيم ....هكا هو

10. المسافة بين نقطة ومستقيم:

هنا لازمك تحط راسك معايا قول بسم الله

أ. إذا كان المستويان متعامدان ومتقاطعان وفق مستقيم:

حسب نظرية الشيخ فيثاغورث $d^2 = {d_1}^2 + {d_2}^2$



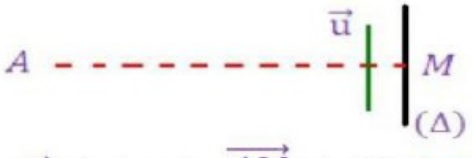
حيث أن d_1 هي المسافة بين A والمستوي (p_1) و d_2 هي المسافة بين A والمستوي (p_2) و أن d هي المسافة بين A والمستقيم (Δ)

ب. إذا كان معندكش المستويان:

1. الطريقة الأولى : روح أكتب المستقيم على شكل نقطة M شوف معايا وتعلم واش راح نديرو

$M \in (\Delta)$ وعندك $\begin{cases} x = 5t + 3 \\ y = 3t \\ z = -2t + 4 \end{cases}$ (Δ)

يعني تولّي M هكا $M(5t+3; 3t; -2t+4)$



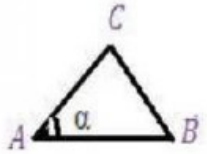
راك تشوف الشعاع $\overrightarrow{AM}$ يعامد شعاع $\vec{u}$ توجيه المستقيم (Δ) مالا روح أكتب الشعاع $\overrightarrow{AM}$ بدلالة t ومنبعد طبق قانون التعامد $\overrightarrow{AM}.\vec{u} = 0$ تلقى قيمة الوسيط t ومنبعد عوض t في النقطة M تلقى النقطة M ومنه المسافة هي الطول AM

2. الطريقة الثانية : هنا لازمك تكتب ديغاكت الطول AM بدلالة t تجيك دالة نتاع جذر روح اشتقها والقيمة أكبر هي المسافة بين A و (Δ)....اسمع متقول كتى واحد خليها بيناتنا

11. مساحة مثلث ABC :

إذا كان المثلث كيفي ABC

وعندك زاوية من زواياه



طبق القانون

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin\alpha$$

أما إذا كان $\alpha = 90^0$ فان المثلث يصبح قائما يكفي أن نكتب $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC$

12. حجم رباعي الوجوه DABC :

مساحة القاعدة وهي مساحة المثلث في الارتفاع و يكون عمودي على المثلث نقسمهم على 3 نفرض أن AD عمودي على المثلث ABC اذن

$$V_{DABC} = \frac{S_{ABC} \cdot AD}{3}$$

13. الأوضاع النسبية :

أ. الوضع النسبي لمستقيم ومستوي:

نعوض التمثيل الوسيطي للمستقيم في المعادلة الديكارتية للمستوي

1. إذا لقيت قيمة للوسيط t معناه يتقاطعو في نقطة تقدر تروح تجيبها

2. إذا لقيت تناقض مثلا تجيك $0 = 3$ باين بلي مايتقاطعوش وتقاطعهم مجموعة خالية

3. إذا لقيت أن المعادلة محققة دوما مثلا تجيك $0 = 0$ يعني أن المستقيم محتوى في المستوي أو نقول بلي هو أحد مستقيمات المستوي

4. روح اقرا العنوان 8 عفايس المستقيم والمستوي

mohammed abou

ب. الوضع النسبي لمستقيم وسطح كرة:

ياحليلو لي نسى المميز Δ لازماتو عقوبة في حق ملاط

نعوضو التمثيل الوسيطي للمستقيم في معـــادلة سطح كرة تجينا معادلة من الدرجة الثانية بدلالة الوسيط t نحسبها بالمميز Δ المميز نتـــاع بكري

1. إذا لقيت المميز $\Delta < 0$ لا يوجد تقـــاطع
2. إذا لقيت المميز $\Delta = 0$ نقولو بلي المستـــقيم يمس سطح الكرة في نقـــطة واحدة
3. إذا لقيت المميز $\Delta > 0$ باين تقاطع في نقطتين تقدر تروح تحسبهم متكسرليش راسي من فضلك

ج. الوضع النسبي لمستوي وسطح كرة:

نحسب المسافة بين المستوي ومركز سطـح الكرة

1. إذا لقيت المسافة أكبر من نصف القطر معناه مكانش تقاطع أي تقاطعهم مجموعة خـــالية
2. إذا لقيت المسافة تساوي نصف القطر معناه تماس أي المستـــوي يمس سطح الكرة
3. إذا لقيت المسافة أصغر من نصف القطر معناه المستوي يقـــطع سطح الكرة في دائرة

د. مستقيـــمان من نفس المستوي أو ليسا من نفس المستوي:

1. إذا كان المستقيمان متوازيان فهما من نفس المستوي هذه ديرها في بالك صحـــيت
2. إذا كان موش متوازيان هنا فيها حالتين نروحو نساويهم مع بعض

$$x = x \;..(1)$$
$$y = y \;..(2) \qquad (\Delta) \quad (D)$$
$$z = z \;..(3)$$

راهم عندك ثلاث معادلات من المعادلتـــين (1) و (2) جيب قيمة الوسيطين t و k وعوضهم في المعـــادلة (3)

- إذا كانت محققة نقولو من نفس المستوي
- موش محققة موش من نفس المستـــوي

14. مجموعـــات النقط :

أغلبيتهم عندهم علاقة بالمرجح و ياحليلولي موش فاهم المرجح بصح ساهلة متخـــافش

1. إذا لقيت $GM = 3$.....

نقولو مجموعة النقط M هي سطح كرة مركزها G ونصف قطـــرها 3

2. إذا لقيت $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = 0$.....

نقولو مجموعة النقط M هي سطح كرة قطرها $[AB]$

3. إذا لقيت $\overrightarrow{GM}.\overrightarrow{AB} = 0$.....

نقولو مجموعة النقط M هي مستوي الذي يشمل النقطة G والشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي عليـــه

4. إذا لقيت $AM = BM$.....

نقولو مجموعة النقط M هي مستوي الذي هـــو محور القطعة $[AB]$ أو نقول هو المستوي الذي يشمل منتصف $[AB]$ والشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي لـــه

أيا كان فهمتني مبـــروك عليك الباك

.....

ممكن تكون هناك أخطاء ســـواء في الحساب أوسهوا فإن أصبـــت فمـــن الله و إن أخطأت فمـــن نفسي والشيطان

وصيتي الأخيرة لك اكتب اســـمك في قائمة الناجحين من أجل والـــديك ومن اجل الناس لي ماتحبكش تنجح دير لقـــلب واسمع كلامي وبرهنلهم بلي تقـــدر تنجح كل هذا من أجلك ماتحشمنيش صحيت

ناجحون بإذن الله

mohammed aboud

دعـــــــــاء بداية المذاكرة

اللهم إني أسألك فهم النبيين ، وحفظ الملائكة المقربين ، وأن تجعل لساني عامراً بذكرك ، وقلبي بخشيتك ، وبدني بطاعتك فأنت حسبي ونعم الوكيل

دعـــــــــاء النهاية من المذاكرة

اللهم إني استودعتك علمي هذا أمانة عندك على أن ترده إليّ وقت حاجتي إليه .

دعـــــــــاء دخول لجنة الإختبار أو الامتحان

اللهم إني توكلت عليك، وأسلمت أمري إليك ، لا ملجأ منك إلا إليك ربي أدخلني مدخل صدق وأخرجني مخرج صدق واجعل لي من لدنك سلطاناً نصيرا .

دعـــــــــاء عند الإجابة عن الامتحان

اللهم لا سهل إلا ما جعلته سهلاً ، وأنت تجعل الحزن إن شئت سهلا .

اللهم رد لي ما استودعته أمانة عندك

دعـــــــــاء عند التفكير أو النسيان

لا إله إلا أنت سبحانك إني كنت من الظالمين ياحي ياقيوم برحمتك استغيث

ربي يـــــــسر ولا تعـــــــــسر .

دعـــــــــاء الانتهاء من الإمتحان

الحمد لله الذي هدانا لهذا وما كنا لنهتدي لولا أن هدانا الله .

دعـــــــــاء الحفظ

اللهم يامعلم إبراهيم علمني ، ويا مفهم سليمان فهمني ،

ويا مصبّر أيوب صبّرني ، ويا مؤتي لقمان الحكمة آتني الحكمة وفصل الخطاب

اللهم علمني ما ينفعني وانفعني بما علمتني .

دعـــــــــاء الفهم

سبحان الله ، والحمد لله ولا إله إلا الله، والله أكبر ولا حول ولا قوة إلا بالله العلي العظيم حسبي الله لا إله إلا هو عليه توكلت وهو رب العرش العظيم

mohammed aboub

آخر كلامي

لست الأفضل ولكن لي

أسلوبي 😌 سأظل دائما أتقبل

رأي الناقد والمتهكّم 😡

فالأول يصحح مساري 😋

والثاني 😠 يزيد من إصراري

لا تنسونا بخالص دعائكم 😍

mohammed abouab