

👉 **الباب الخامس : أنشطة و طرائق - ج م ع ت -**

# تمارين محلولة و طرائق

## امستوى الأولى ثانوي

### جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

التمارين . . . ص 2

الحلول . . . ص 19

## تمرين 1 :

أكمل في الجدول التالي كل عدد معطى في العمود الموافق للمجموعة التي ينتمي إليها

	N	Z	D	Q	R
- 3,2					
$-\frac{6}{3}$					
5					
$-\frac{3}{4}$					
$\sqrt{2}$					
$\sqrt{16}$					
0					
$\pi$					

## تمرين 2 :

بسط واكتب النتيجة على شكل جداء أو حاصل قسمة قوى أسسها موجبة .

1 - a)  $\frac{(a^2 \cdot b)^3 \times c^2}{ab^{-3}}$  ; b)  $\frac{-a^2 \times cb^{-1}}{ab}$  ; c)  $\frac{(-a)^2 \cdot 2b}{2b^{-1}}$

2 - a)  $\frac{(a^2 b)^3 \times c^5 \cdot a^4}{a (bc^2)^2 \cdot b^{-1}}$  ; b)  $\frac{(-a)^5 \cdot b \cdot c^{-2}}{b^3 (-c)^{-3} \cdot a^2}$

حيث :  $a, b, c$  أعداد حقيقية غير معدومة .

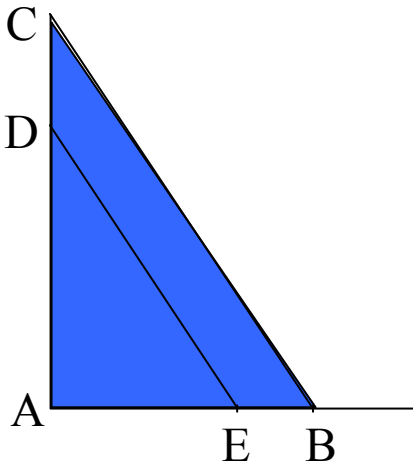
### تمرين 3 :

ليكن العدد :  $\varphi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$

(1) عين مقلوب  $\varphi$  أي :  $\frac{1}{\varphi}$  .

(2) تحقق أن :  $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$  و  $\varphi^2 = \varphi + 1$

### تمرين 4 :



في المثلث ABC ( الشكل ) . ليكن ( ED ) يوازي ( BC )

و لدينا :  $* AE = 2\sqrt{3} - 1$

$* AD = 2 + \sqrt{3}$

$* EB = 1$

(1) احسب DC . واعط النتيجة على الشكل :  $a + b\sqrt{3}$

(2) إذا كان ABC قائم في A . احسب DE .

### تمرين 5 :

- أعط الكتابة العلمية و رتبة المقدار للأعداد التالية :

(1) سرعة الضوء في الخلاء هي :  $300\ 000\ 000\ \text{m / s}$

(2) إذا افترضنا أن الأرض مكونة من حبات الرمل فإنها تحتوي على 300 مليار

من المليار حبة رمل .

(3) طول السنة الضوئية .

ملاحظة : المسافة = السرعة  $\times$  الزمن

## تمرين 6 :

باستعمال الحاسبة أعط القيمة المدورة ذات 4 أرقام ذات معنى للأعداد التالية :

$$1- a) \frac{250}{11} ; b) \frac{3\sqrt{5}}{2} ; c) 43,57 \times 0,009$$

$$d) \frac{547}{1,43} ; e) \frac{700}{3\sqrt{2}}$$

$$2- a) \frac{5\sqrt{3}-4}{30} ; b) \frac{41}{12} - \sqrt{2} ; c) \frac{105}{104} - \frac{\sqrt{26}}{5}$$

## تمرين 7 :

بسط الكسور الآتية :

$$* P = \frac{(-15)^2 \times (-345)^5 \quad 64 \quad (5)^6 \quad (49)^2 \times (161)^4}{(23)^5 \quad (1225)^4 \quad 480 \quad (25)^{-2} \quad 5^4 \times (115)^4}$$

$$* Q = \frac{(-60)^5 \quad (-3)^{24} \times (-5)^4 \times (-8)^6 \times (-16)^3}{9^5 \quad (40)^3 \times (-36)^2 \quad (6)^{10} \quad (48)^5 \times (625)^2}$$

$$* R = \frac{3 \quad 10^{-4} \quad (5^{-8})^2 \quad 10^6 \quad 16 \quad 10^{-2} \times 11}{2 \quad 10^2 \quad 0,00003 \quad (44) \quad 10^{-7} \times (25)^{-4}}$$

## تمرين 8 :

a عدد طبيعي أولى ، b عدد طبيعي . عين القيم الممكنة للعددين a , b بحيث :

$$a \times b = 1200$$

## تمرين 9 :

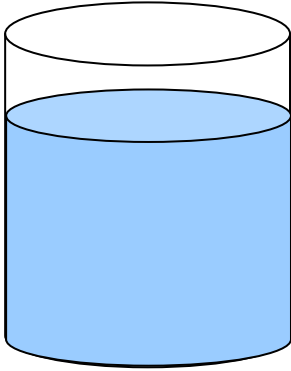
d أعداد حقيقية حيث :  $2,5 \leq b \leq 2,6$  ;  $1,3 \leq a \leq 1,4$   
 $3,1 \leq c \leq 3,2$  ;  $8,1 \leq d \leq 8,2$

$$k = \sqrt{\frac{a^2 + bc}{d - c}} \quad \text{عين حصرا للعدد } k \text{ حيث :}$$

## تمرين 10 :

بئر على شكل أسطوانة دائرية . قاعدته دائرة ( C ) نصف قطرها R و ارتفاعه H حيث :

$$3,14 \leq \pi \leq 3,15 \quad ; \quad 4,3 \leq R \leq 4,4 \quad ; \quad 50,9 \leq H \leq 50,8$$



1 - عين حصرا لمساحة قاعدة البئر .

2 - عين حصرا للحجم البئر .

3 - ملأ  $\frac{3}{4}$  من حجمه ماء . عين حصرا للحجم الماء .

## تمرين 11 :

نعتبر العبارة :  $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 3}{x^2 + 1}$  ، حيث x عدد حقيقي .

(1) إذا علمت أن :  $2 \leq x \leq 3$  عين حصرا للعدد  $f(x)$  .

(2) عين حصرا للعدد  $f(x)$  إذا كان :  $n \leq x \leq n + 1$  حيث n عدد طبيعي .

## تمرين 12 :

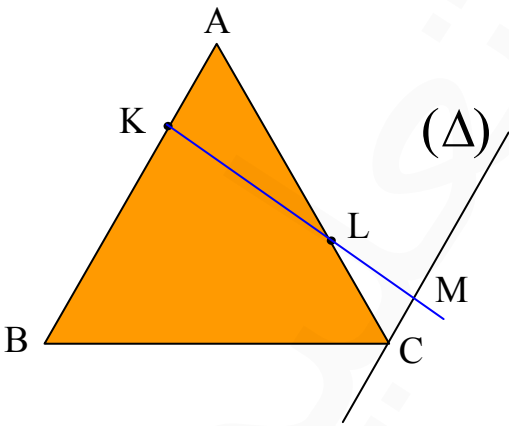
- ABCD رباعي ضلعاه [ AD ] و [ BC ] متقايسان و قطراه [ AC ] و [ BD ] متقايسان .
- 1) برهن أن المثلثين ABC و ABD متقايسان .
  - 2) برهن أن المثلثين ACD و BDC متقايسان .

## تمرين 13 :

- ABCD مستطيل حيث :  $AD = 20$  ,  $AB = 16$  ( وحدة الطول هي cm )
- K نقطة من [ AD ] بحيث :  $AK = 15$
- L نقطة من [ AB ] بحيث :  $AL = X$  حيث X عدد حقيقي موجب .
- 1) احسب كل من :  $LK^2$  ,  $KC^2$  ,  $LC^2$
  - 2) احسب العدد x بحيث يكون المثلث KCL متساوي الساقين [ KC ] و [ KL ]
  - 3) احسب العدد x بحيث يكون المثلث KCL قائم في K .

## تمرين 14 :

- ABC مثلث حيث :  $AB = AC = 20$  ( وحدة الطول هي cm ) .
- K نقطة من [ AB ] بحيث :  $AK = x$  مع  $x < 10$  .
- L نقطة من [ AC ] بحيث :  $CL = 6$  .
- (  $\Delta$  ) المستقيم الذي يشمل C و يوازي ( AB ) .
- المستقيم ( KL ) يقطع (  $\Delta$  ) في M .



$$MC = \frac{3x}{7} \text{ : بين أن ( 1)}$$

$$MC = 3 \text{ : عين } x \text{ بحيث ( 2)}$$

## تمرين 15 :

- ( C ) دائرة مركزها O .  
A , B , D , E أربعة نقط من ( C ) حيث يتقاطع المستقيمان ( AD ) و ( BE ) في النقطة L .  
- أثبت أن المثلثان ALE و BLD متشابهان .

## تمرين 16 :

x عدد حقيقي . 1 - بسط العبارة p ( x ) حيث :

$$p(x) = \cos(x + 91\pi) + \sin(x - 60\pi) + \sin\left(x + \frac{9\pi}{2}\right) - \cos\left(x + \frac{21\pi}{2}\right)$$

2- حل في R المعادلة :  $p(x) = 0$

3- حل في R المعادلة :  $p(x + 2\pi) = p(-x)$

4- ثم مثل صور هذه الحلول على الدائرة المثلثية .

## تمرين 17 :

x عدد حقيقي نعتبر النسبة :

$$Q(x) = \frac{\cos(\pi + x) - \sin(\pi + x) + \cos(\pi + x) - \sin(\pi - x)}{\cos^2(\pi + x) - \sin^2(\pi + x)}$$

1 - عين قيم x حتى تكون Q ( x ) معرفة .

$$Q(x) = \frac{-2 \cos x}{2 \cos^2 x - 1} \quad \text{2 - بين أن :}$$

3 - حل في  $[0, 2\pi]$  المعادلة :  $Q(x) = 2$

$$\text{لاحظ أن : } (x + 1)(2x - 1) = 2x^2 + x - 1$$

## تمرين 18 :

أذكر صحة أو خطأ ما يلي :

1)  $a(x + y)^2 = (ax + ay)^2$

2)  $a(x - y)^2 = (a^2x - a^2y)^2$

3)  $(2x - 3)^2 = 4x^2 + 9$

4)  $x^2 + 4 = (x + 2)(x + 2)$

5)  $(2a - b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$

6)  $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$



## تمرين 19 :

(1) نعلم أن :  $(a - b)^3 = (a - b) (a - b)^2$

- انشر العبارة  $(a - b)^3$  ثم بسطها و اختصرها .

(2) انشر العبارتين  $(a - b) (a^2 + ab + b^2)$  ،  $(a + b) (a^2 - ab + b^2)$  ماذا تستنتج ؟

(3) انشر و اختصر العبارة  $(a + b + c)^2$  ثم استنتج :  $(4x^2 - x + 1)^2$

## تمرين 20 :

أكتب العبارات التالية على شكلها النموذجي :  $f(x) = 6x^2 - x - 1$

$$Q(x) = 3x^2 + x + 12 \quad ; \quad p(x) = x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$$

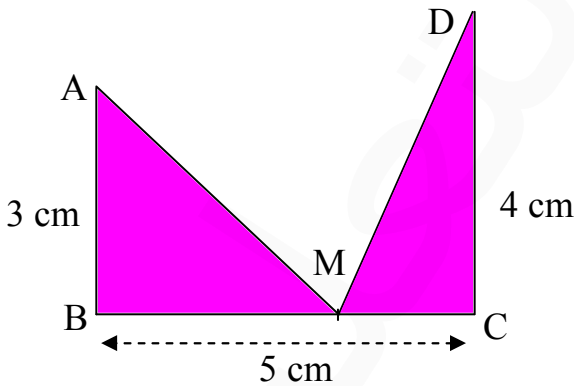
\* حلل إلى جداء كل من هذه العبارات إن أمكن .

\* استنتج حلول كل من المعادلات :  $f(x) = 0$  و  $p(x) = 0$  و  $Q(x) = 0$

## تمرين 21 :

إليك الشكل المقابل :

عين وضع النقطة M بحيث تكون :  $AM = DM$  .



## تمرين 22 :

هل يوجد مستطيل مساحته  $6 \text{ Cm}^2$  ومحيطه  $10 \text{ Cm}^2$  .  
يطلب تعيين الحل جبريا ثم بيانيا .

## تمرين 23 :

باستعمال آلة بيانية أنشئ التمثيلات البيانية  $(U_1)$  ;  $(U_2)$  ;  $(U_3)$  للدوال  $h$  ,  $g$  ,  $f$  على

$$\text{الترتيب حيث : } h(x) = x + 3 \quad ; \quad g(x) = \frac{4}{x} \quad ; \quad f(x) = x^2 - x$$

\* حل بيانيا المعادلة :  $f(x) = -2$

\* حل بيانيا المتراجحة :  $f(x) > -2$

\* حل حسابيا ثم بيانيا المتراجحة :  $\frac{4}{x} \leq x + 3$

\* حل حسابيا ثم بيانيا المتراجحة :  $x + 3 \geq x^2 - x$

## تمرين 24 :

باستعمال الحاسبة البيانية أنشئ تمثيلا بيانيا  $(\gamma)$  للدالة  $f$  حيث  $f(x) = \sin x$  على المجال  $[-\pi, \pi]$  .

- استنتج بيانيا على  $[-\pi, \pi]$  حلول المعادلات التالية :

1)  $f(x) = -1$  ; 2)  $f(x) = 1$  ; 3)  $f(x) = 0$

- استنتج بيانيا على  $[-\pi, \pi]$  حلول المتراجحات التالية :

1)  $f(x) \leq -1$  ; 2)  $f(x) > 1$  ; 3)  $f(x) \geq 0$

ما هو عدد حلول المعادلة :  $f(x) = \frac{1}{2}$  عينها بتقريب 0,001 .

## تمرين 25 :

ABCD متوازي الأضلاع الذي مركزه O . I منتصف [ AB ] . المستقيم الذي يوازي ( AC ) ويشمل D يقطع المستقيم الذي يوازي ( BD ) ويشمل C في النقطة J .  
- برهن أن O , I , J على استقامة واحدة .

## تمرين 26 :

A , B , C ثلاث نقط في المستوي ليست على استقامة واحدة :

1 - بين أن الشعاع  $\vec{V} = \vec{NA} - 2\vec{NB} + \vec{NC}$  ثابت .

حيث N نقطة متغيرة في المستوي .

2 - أنشئ النقطة O حيث :  $\vec{AO} = \vec{V}$  .

## تمرين 27 :

المستوي منسوب إلى معلم ( O ,  $\vec{i}$  ,  $\vec{j}$  ) .  $\vec{U}$  ,  $\vec{V}$  شعاعان حيث :

$$\vec{U} = -2\vec{i} + 3\vec{j} ; \vec{V} = 4\vec{i} - \vec{j}$$

1 - أثبت أن ( O ,  $\vec{U}$  ,  $\vec{V}$  ) معلما للمستوي .

2 - نقطة N في المستوي إحداثياتها ( x , y ) في المعلم ( O ,  $\vec{i}$  ,  $\vec{j}$  ) و إحداثياتها

( x' , y' ) في المعلم ( O ,  $\vec{U}$  ,  $\vec{V}$  ) . أكتب x' , y' بدلالة x , y .

3 - هل توجد نقطة لها نفس الإحداثيين في المعلمين .

## تمرين 28 :

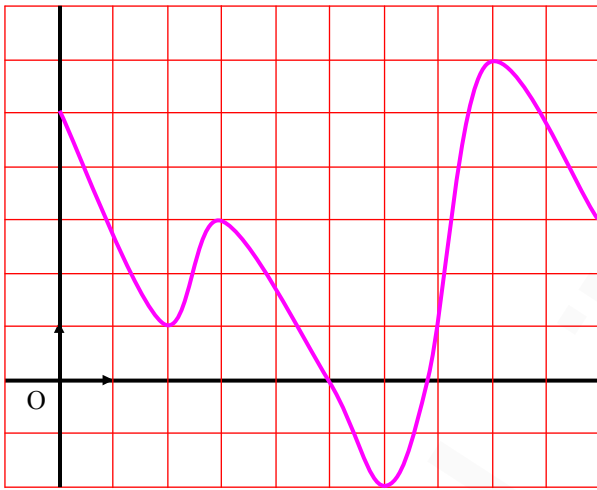
في المستوي المنسوب إلى معلم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  يعطى المستقيمان :

$$(\Delta): m x + (m-1) y - 2 = 0$$

$$(D): (m+1) x + (7m-5) y + 3 = 0$$

- 1 - عين قيمة  $m$  حتى يكون  $(\Delta)$  و  $(D)$  متوازيان .
- 2 - ناقش حسب قيم الوسيط  $m$  نقط تقاطع  $(\Delta)$  و  $(D)$  .

## تمرين 29 :



إليك التمثيل البياني لدالة  $f$  :  
أذكر صحة أم خطأ كل جملة مما يلي :

$$(1) f(0) = 5$$

(2) القيمة 3 لها سابقتين بالدالة  $f$  .

(3) للمعادلة :  $f(x) = 2$  أربعة حلول .

(4) للمعادلة :  $f(x) = 1$  أربعة حلول .

(5) صورة العدد 5 هي 0 .

(6) ليس للدالة  $f$  قيمة حدية في المجال  $[0, 10]$  .

(7) العدد 3 هو قيمة حدية كبرى للدالة  $f$

في المجال  $[2, 5]$  .

(8) القيمة 2 - هي قيمة حدية صغرى للدالة  $f$  على المجال  $[0, 10]$  .

(9) الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0, 10]$  .

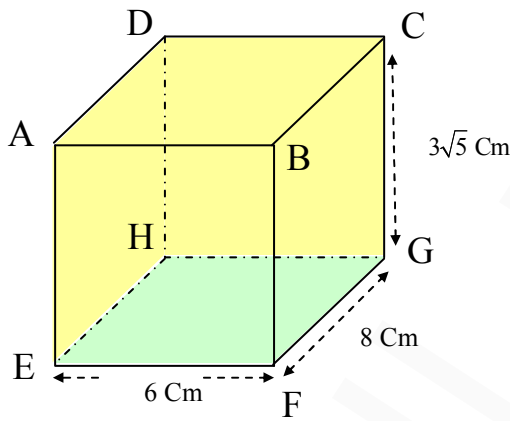
(10) الدالة  $f$  متناقصة تماما على المجال  $[0, 2]$  .

## تمرين 30 :

$f$  دالة عددية لمتغير حقيقي  $x$  معرفة كما يلي :  $f(x) = \frac{a}{x}$  حيث  $a \in \mathbb{R}^*$

- 1- عين مجموعة تعريف  $f$  .
- 2- عين  $a$  حتى يكون :  $f(1) = -3$  .
- 3- أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  من أجل القيمة  $a$  المحصل عليها .
- 4- أحسب ما يلي :  
 $f(1)$  ;  $f(3)$  ;  $f(6)$  ;  $f(-1)$  ;  $f(-3)$  ;  $f(-6)$
- 5- أنشئ المنحني (C) الممثل لتغيرات  $f$  في معلم متعامد متجانس  $(0, \vec{i}, \vec{j})$  .

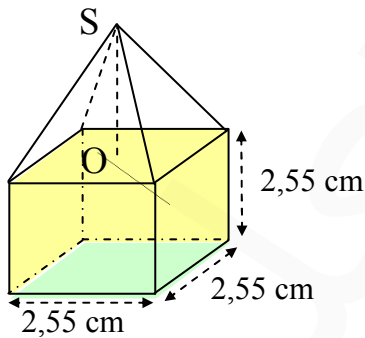
## تمرين 31 :



إليك الشكل المقابل :

- 1) احسب المساحة الجانبية للشكل .
  - 2) احسب حجم الشكل .
  - 3) احسب محيط الرباعي AFGD .
- تعطى النتائج على شكل قيم مدورة ذات 3 أرقام ذات معنى لها .

## تمرين 32 :



إليك الشكل المقابل :

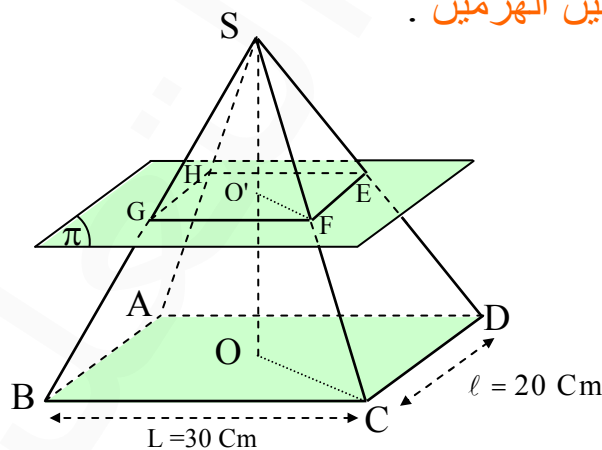
- احسب حجم هذا الشكل إذا علمت أن  $OS = 3,78$  Cm

## تمرين 33 :

- في المستوي  $(\pi)$  نعتبر المثلث  $ABC$  القائم في  $A$  .  
 $D$  نقطة لا تنتمي إلى المستوي  $(\pi)$  بحيث يكون المستقيم  $(DC)$  عمودي على المستوي  $(ABC)$  .  
- برهن أن المستقيم  $(AB)$  عمودي على المستوي  $(ADC)$  .

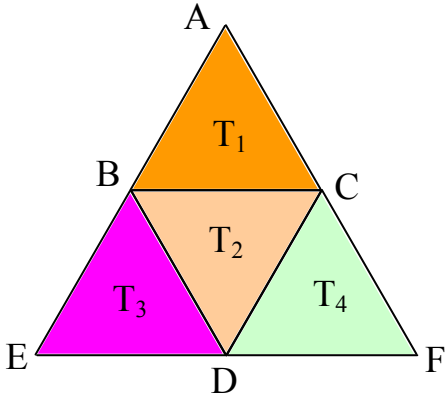
## تمرين 34 :

- $SABCD$  هرم . قاعدته على شكل مستطيل طوله  $L = 30 \text{ Cm}$  وعرضه  $\ell = 20 \text{ Cm}$  .  
ارتفاع الهرم  $H = 50 \text{ Cm}$  .  $E$  نقطة من  $(SD)$  بحيث :  $\frac{SE}{SD} = \frac{1}{2}$  .  
ليكن  $(\pi)$  المستوي الذي يشمل  $E$  ويوازي قاعدة الهرم .  
 $(\pi)$  يقطع  $(SA)$  ,  $(SB)$  ,  $(SC)$  في النقطة  $F$  ,  $G$  ,  $H$  على الترتيب .  
(1) ما هي طبيعة الشكل  $SEFGH$  ؟ احسب حجمه .  
(2) احسب حجم الهرم  $SABCD$  .  
(3) احسب حجم الجزء المحصور بين الهرمين .



## تمرين 35 :

ليكن  $T_1, T_2, T_3, T_4$  أربعة مثلثات متقايسة الأضلاع .



1- ما هو محور التناظر للتحويل الذي يحول  $T_1$  إلى  $T_2$  .

2- ما هو شعاع الانسحاب الذي يحول  $T_1$  إلى  $T_3$  .

3- ما هو مركز التناظر للتحويل الذي يحول  $T_2$  إلى  $T_4$  .

4- ما هي زاوية الدوران الذي مركزه C ويحول  $T_1$  إلى  $T_2$  .

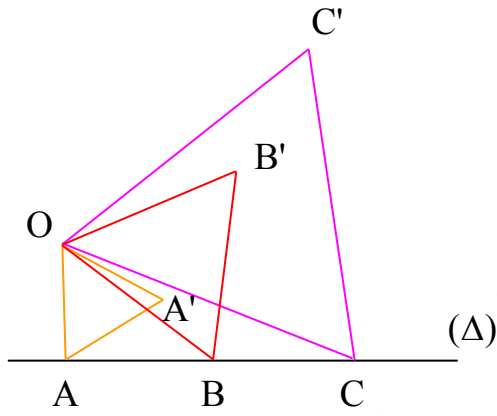
## تمرين 36 :

( $\Delta$ ) مستقيم .  $A, B, C$  ثلاثة نقط من ( $\Delta$ ) .

O نقطة لا تنتمي إلى ( $\Delta$ ) .

$AOA'$  ;  $BOB'$  ;  $COC'$  ثلاثة مثلثات متقايسة

الأضلاع كما هو موضح في الشكل .



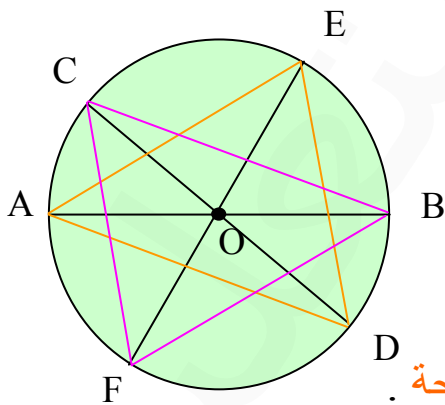
- برهن أن النقط  $A', B', C'$  على استقامة واحدة .

## تمرين 37 :

(C) دائرة مركزها O .

[ AB ] ; [ CD ] ; [ EF ] ثلاثة أقطار

للدائرة كما هو موضح في الشكل .



- أثبت أن المثلثين AED و CFB لهما نفس المساحة .

## تمرين 38 :

- ABCD متوازي أضلاع مركزه O .  $(\Delta)$  مستقيم يشمل D ويقطع [ AC ] في M وليكن  $(\Delta')$  المستقيم الموازي للمستقيم  $(\Delta)$  ويشمل B فيقطع [ AC ] في N .
- برهن أن  $(\Delta')$  هو صورة  $(\Delta)$  بالتناظر الذي مركزه O .
- برهن أن O منتصف [ MN ] .

## تمرين 39 :

إليك أطوال 40 تلميذاً في إحدى الأقسام :

.155 . 165 . 170 . 160 . 160 . 160 . 165 . 160 . 155 . 150 . 150 . 150 . 140  
. 160 . 155 . 150 . 140 . 140 . 180 . 180 . 175 . 175 . 160 . 160 . 165 . 160  
. 175 . 180 . 160 . 170 . 170 . 160 . 160 . 155 . 155 . 160 . 140 . 175 . 170  
. 175 . ( الأطوال بـ : cm ) .

- 1 ( اكتب جدولاً تبين فيه : التكرار و التواتر .
- 2 ( مثل هذه الأطوال بواسطة : الأعمدة البيانية .
- 3 ( احسب : المتوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال ، المدى لهذه الأطوال

## تمرين 40 :

سئل 30 تلميذاً على عدد الساعات التي يقضيها كل واحد منهم في المراجعة المنزلية اليومية فكانت كما يلي :

3	1	2	2	1	1	1	1	0,5	0,5
3	0,5	4	4	4,5	5	5	5	1,5	1,5
2	4	4	3,5	3,5	1	0,5	5	5	4



- 1 ( يطلب تجميع هذه القيم في فئات سعتها 1 و أول هذه الفئات [0, 1].  
ثم اكتب جدولاً إحصائياً تبين فيه التكرار و التواتر و مراكز الفئات .
- 2 ( مثل هذه القيم بواسطة المدرج التكراري .
- 3 ( احسب المتوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال ، المدى لهذه القيم .

## تمرين 41 :

وعاء به 100 كرية منها 40 بيضاء و 50 صفراء و 10 خضراء ، نقوم بسحب 30 قريصة على التوالي مع إعادة الكرة المسحوبة إلى الوعاء قبل السحب الموالي .  
في السحب الأول حصلنا على 15 قريصة بيضاء و 12 صفراء و 3 خضراء .  
وفي السحب الثاني حصلنا على 9 قريصات بيضاء و 15 صفراء و 6 خضراء .  
نرمز بـ : B إلى الحادثة « سحب قريصة بيضاء »  
J إلى الحادثة « سحب قريصة صفراء »  
V إلى الحادثة « سحب قريصة خضراء »

- 1 ( ما هو التواتر لكل من الحوادث : B ، J ، V في كل من السحبين الأول و الثاني .
- 2 ( مثل بيانياً هذين التواترين بواسطة الأعمدة على أن تصل بين رؤوس الأعمدة في كل من السحبين .

## تمرين 42 :

إليك قائمة 10 أعداد أعطيت عشوائيا من طرف آلة حاسبة . نقترح استعمال هذه القائمة لمحاكاة 100 رمية لقطعة نقدية .

0,8937493678

0,6602753046

0,4425142699

0,0716413187

0,5881510402

0,8592915232

0,4195489012

0,1025053159

0,2138811512

0,4441064248

نقترح على أن نرفق بكل من الأرقام 0,1,2,3,4 الوجه P و بكل من الأرقام

5,6,7,8,9 الوجه F

(1) ما هو عدد الأوجه P ؟

(2) ما هو عدد الأوجه F ؟

(3) ما هو التواتر لكل من P و F ؟ أنشئ بيانيا التواتر لكل منهما .

( الرقم 0 إذا كان على اليمين لا يحسب )

المطلوب

## تمرين 01 :

	N	Z	D	Q	R
- 3,2	×	×	- 3,2	- 3,2	- 3,2
$-\frac{6}{3}$	×	$\frac{-6}{3}$	$\frac{-6}{3}$	$\frac{-6}{3}$	$\frac{-6}{3}$
5	5	5	5	5	5
$-\frac{3}{4}$	×	×	$\frac{-3}{4}$	$\frac{-3}{4}$	$\frac{-3}{4}$
$\sqrt{2}$	×	×	×	×	$\sqrt{2}$
$\sqrt{16}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{16}$
0	0	0	0	0	0
$\pi$					$\pi$

## تمرين 02 :

1 - a)  $a^{-7} \cdot c^2 = \frac{c^2}{a^7}$  ; b)  $\frac{-a \cdot c}{b^2}$  ; c)  $a^2 \cdot b^2 = (ab)^2$

2 - a)  $a^{-3} \cdot b^{-4} \cdot c = \frac{c}{a^3 b^4}$  ; b)  $a^3 \cdot b^{-2} \cdot c = \frac{a^3 \cdot c}{b^2}$

### تمرين 03 :

( 1 ) تعيين مقلوب  $\varphi$  :

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{\sqrt{5}+1} = \frac{2}{\sqrt{5}+1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{5-1} = \frac{2(\sqrt{5}-1)}{4} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

( 2 ) \* تحقيق  $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$  :

$$\frac{1}{\varphi} + 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} + 1 = \frac{\sqrt{5}-1+2}{2} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

\* تحقيق  $\varphi^2 = \varphi + 1$  :

$$\varphi^2 = \left( \frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^2 = \frac{5+2\sqrt{5}+1}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$$

$$\varphi + 1 = \frac{\sqrt{5}+1}{2} + 1 = \frac{\sqrt{5}+1+2}{2} = \frac{\sqrt{5}+3}{2}$$

إذن :  $\varphi^2 = \varphi + 1$

### تمرين 04 :

1)  $DC = \frac{8}{11} + \frac{5}{11}\sqrt{3}$

2)  $DE = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

### تمرين 05 :

- 1)  $3 \times 10^8$  ; رتبة المقدار  $10^8$   
2)  $3 \times 10^{20}$  ; رتبة المقدار  $10^{20}$   
3)  $9,4608 \times 10^{15}$  ; رتبة المقدار  $10^{15}$

ملاحظة : طول السنة الضوئية = سرعة الضوء  $\times (365 \times 24 \times 60 \times 60)$

لأن السنة فيها 365 يوم و اليوم فيه 24 ساعة و الساعة فيها 60 دقيقة  
و الدقيقة فيها 60 ثانية .

## تمرين 06 :

1- a)  $\frac{250}{11} \approx 22,7273$  ; b)  $\frac{3\sqrt{5}}{2} \approx 3,3541$   
c)  $43,57 \times 0,009 \approx 0,3921$  ; d)  $\frac{547}{1,43} \approx 382,5175$   
e)  $\frac{700}{3\sqrt{2}} \approx 164,9916$

2- a)  $\frac{5\sqrt{3}-4}{30} \approx 0,1553$   
b)  $\frac{41}{12} - \sqrt{2} \approx 2,0025$   
c)  $\frac{105}{104} - \frac{\sqrt{26}}{5} \approx -0,0102$

## تمرين 07 :

\* 
$$P = \frac{-15^2 (345)^5 64 (5)^6 \times (49)^2 \times (161)^4}{(23)^5 \cdot (1225)^4 480 (25)^{-2} \times 5^4 \times (115)^4}$$
$$P = \frac{-(3 \ 5)^2 (8 \ 5 \times 23)^5 2^6 \times 5^6 (7^2)^2 \times (7 \times 23)^4}{(23)^5 (5^2 \ 7^2)^4 \times 2^5 3 \times 5 \times (5^2)^{-2} (3 \ 5)^4 \times (5 \times 23)^4}$$
$$P = \frac{-3^2 \ 5^2 \ 3^5 \times 5^5 (23)^5 2^6 \times 5^6 7^4 \times 7^4 \times (23)^4}{(23)^5 5^8 7^8 \times 2^5 \times 3 \times 5 \times 5^{-4} 3^4 5^4 \times 5^4 \times (23)^4}$$

$$P = \frac{-2^6 \cdot 3^7 \cdot 5^{13} \cdot 7^8 \times (23)^9}{2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^{13} \cdot 7^8 \times (23)^9} = -2 \times 3^2 = -18$$

$$* Q = \frac{60^5 \cdot 8^{24} \cdot 5^4 \times 8^6 \times 16^3}{9^5 \cdot (40)^3 \cdot (36)^2 \cdot 6^{10} \cdot (48)^5 \times (625)^2}$$

$$Q = \frac{2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^5 \cdot 3^{24} \cdot 5^4 \cdot 2^{18} \cdot 2^{12}}{3^{10} \cdot 2^9 \cdot 5^3 \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 2^{20} \cdot 5^5 \cdot 5^8} = \frac{2^{40} \cdot 3^{29} \cdot 5^9}{2^{43} \cdot 3^{29} \cdot 5^{11}} = \frac{1}{2^3 \cdot 5^2} = \frac{1}{200}$$

$$* R = \frac{3 \cdot (2 \cdot 5)^4 \cdot (5^{-8})^2 \cdot (2 \cdot 5)^6 \cdot 2^4 \cdot (2 \cdot 5)^{-2} \cdot 11}{2 \cdot (2 \cdot 5)^2 \cdot 3 \cdot 10^{-5} \cdot 2^2 \cdot 11 \cdot (2 \cdot 5)^{-7} \cdot 5^{-8}}$$

$$R = \frac{3 \cdot 2^4 \cdot 5^4 \cdot 5^{-16} \times 2^6 \times 5^6 \times 2^4 \cdot 2^{-2} \cdot 5^{-2} \times 11}{2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \times 3 \times 2^{-5} \times 5^{-5} \times 2^2 \times 11 \cdot 2^{-7} \cdot 5^{-7} \times 5^{-8}}$$

$$R = \frac{2^4 \cdot 3 \cdot 5^{-16} \times 11}{2^{-7} \cdot 3 \cdot 5^{-18} \times 11} = 2^{11} \times 5^2 = 51200$$

## تمرین 08 :

$$a \times b = 1200 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5^2$$

بما أن a عدد أولي فإن قيم a هي : 2 ، 3 ، 5 .

$$* a = 2: b = \frac{1200}{2} = 600$$

$$* a = 3: b = \frac{1200}{3} = 400$$

$$* a = 5: b = \frac{1200}{5} = 240$$

## تمرين 09 :

تعيين حصر العدد K :

لدينا :  $1,3 \leq a \leq 1,4$  و منه :  $1,69 \leq a^2 \leq 1,96$

و بما أن :  $2,5 \leq b \leq 2,6$  و  $3,1 \leq c \leq 3,2$  فإن :  $7,75 \leq bc \leq 8,32$

و منه :  $9,44 \leq a^2 + bc \leq 10,28$

لدينا :  $\left( \begin{array}{l} 8,1 \leq d \leq 8,2 \\ 3,1 \leq c \leq 3,2 \end{array} \right) \Rightarrow (8,1 - 3,2 \leq d - c \leq 8,2 - 3,1)$

و عليه :  $4,9 \leq d - c \leq 5,1$

لدينا :  $\left( \begin{array}{l} 9,44 \leq a^2 + bc \leq 10,28 \\ 4,9 \leq d - c \leq 5,1 \end{array} \right) \Rightarrow \left( \frac{9,44}{5,1} \leq \frac{a^2 + bc}{d - c} \leq \frac{10,28}{4,9} \right)$

و عليه :  $1,85 \leq \frac{a^2 + bc}{d - c} \leq 2,09$

و منه :  $\sqrt{1,85} \leq \sqrt{\frac{a^2 + bc}{d - c}} \leq \sqrt{2,09}$  إذن :  $1,36 \leq K \leq 1,44$

## تمرين 10 :

1 - مساحة قاعدة البئر :  $S = \pi R^2$

لدينا :  $(4,3 \leq R \leq 4,4) \Rightarrow (18,49 \leq R^2 \leq 19,36)$

و منه :  $18,49 \times 3,14 \leq \pi R^2 \leq 19,36 \times 3,15$  إذن :  $58,05 \leq S \leq 60,98$

2 - حجم البئر :  $V_1 = S \times H$

لدينا :  $58,05 \times 50,9 \leq S \times H \leq 60,98 \times 50,8$

إذن :  $2954,745 \leq V_1 \leq 3097,784$



$$2954,745 \times \frac{3}{4} \leq V_1 \times \frac{3}{4} \leq 3097,784 \times \frac{3}{4} \quad \text{لدينا} \quad V_2 = V_1 \times \frac{3}{4} \quad \text{3 - حجم الماء}$$

$$2216,05875 \leq V_2 \leq 2323,338 \quad \text{ومنه :}$$

## تمرين 11 :

$$1- \text{لدينا : } (2 \leq x \leq 3) \Rightarrow (4 \leq x^2 \leq 9)$$

$$\left( \begin{array}{l} 10 \leq 5x \leq 15 \\ \text{و} \\ 4 \leq x^2 \leq 9 \end{array} \right) \Rightarrow (14 \leq x^2 + 5x \leq 24) \quad \text{ومنه :}$$

$$\text{إذن : } 11 \leq x^2 + 5x - 3 \leq 21 \quad \dots (1)$$

$$\text{لدينا : } (4 \leq x^2 \leq 9) \Rightarrow (5 \leq x^2 + 1 \leq 10) \dots (2)$$

$$\text{من (1) و (2) ينتج : } \frac{11}{10} \leq \frac{x^2 + 5x - 3}{x^2 + 1} \leq \frac{21}{5} \quad \text{إذن : } 1,1 \leq f(x) \leq 4,2$$

$$2- \text{لدينا : } (n \leq x \leq n+1) \Rightarrow (n^2 \leq x^2 \leq (n+1)^2)$$

$$\left( \begin{array}{l} n^2 \leq x^2 \leq (n+1)^2 \\ 5n \leq 5x \leq 5(n+1) \end{array} \right) \Rightarrow (n^2 + 5n \leq x^2 + 5x \leq (n+1)^2 + 5(n+1))$$

$$\text{ومنه : } n^2 + 5n - 3 \leq x^2 + 5x - 3 \leq (n+1)^2 + 5(n+1) - 3$$

$$n^2 + 5n - 3 \leq x^2 + 5x - 3 \leq n^2 + 7n + 3 \quad \dots (1)$$

$$\text{لدينا : } n^2 + 1 \leq x^2 + 1 \leq (n+1)^2 + 1$$

$$\text{ومنه : } n^2 + 1 \leq x^2 + 1 \leq n^2 + 2n + 2 \quad \dots (2)$$

$$\text{و عليه : } \frac{n^2 + 5n - 3}{n^2 + 2n + 2} \leq \frac{x^2 + 5x - 3}{x^2 + 1} \leq \frac{n^2 + 7n + 3}{n^2 + 1}$$

$$\frac{n^2 + 5n - 3}{n^2 + 2n + 2} \leq f(x) \leq \frac{n^2 + 7n + 3}{n^2 + 1} \quad \text{و عليه :}$$

## تمرين 12 :

(1) إثبات أن المثلثين ABC و ABD متقايسان .

لدينا : (فرضا)  $BC = AD$  \* (فرضا)  $BD = AC$  \*

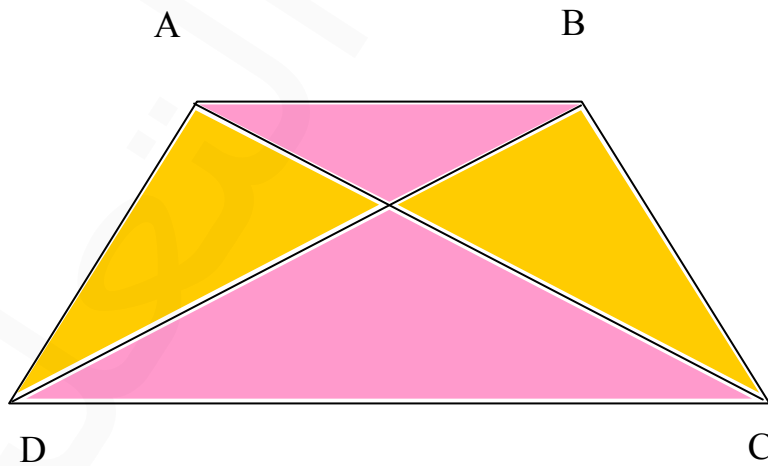
\* [ AB ] (ضلع مشترك)

ومنه : المثلثان ABC و ABD متقايسان .

(2) إثبات أن المثلثين ACD و BDC متقايسان .

لدينا : (فرضا)  $AC = BD$  \* (فرضا)  $AD = BC$  \* (ضلع مشترك) [ DC ] \*

ومنه : المثلثان ACD و BDC متقايسان .



## تمرين 13 :

(1) الحساب :

\* المثلث LBC قائم في B وعليه :  $LC^2 = LB^2 + BC^2$

$$LC^2 = (16 - x)^2 + (20)^2 \quad \text{ومنه :}$$

$$= 256 - 32x + x^2 + 400$$

$$= 656 - 32x + x^2$$

\* المثلث KDC قائم في D

وعليه :  $KC^2 = KD^2 + DC^2$

$$= (5)^2 + (16)^2$$

$$= 25 + 256 = 281$$

\* المثلث ALK قائم في A

وعليه :  $LK^2 = LA^2 + AK^2 = x^2 + (15)^2 = x^2 + 225$

(2) لدينا :  $KC = LK$

ومنه :  $281 = x^2 + 225$  إذن :  $x^2 = 56$

و عليه :  $x = \sqrt{56}$  و بالتالي :  $x = 2\sqrt{14}$

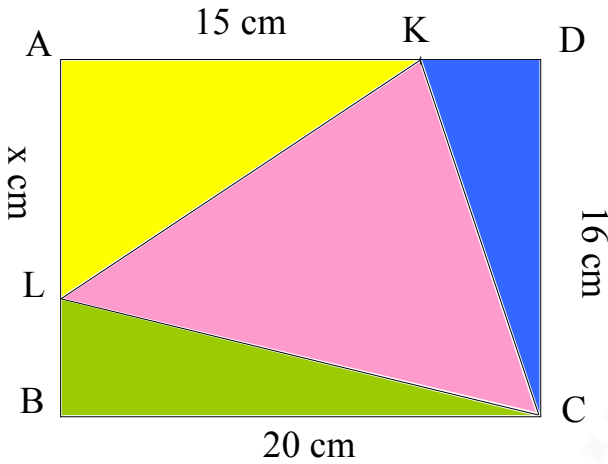
(3) المثلث KCL قائم في K معناه :

$$KC^2 + KL^2 = LC^2$$

و عليه :  $281 + x^2 + 225 = 656 - 32x + x^2$

ومنه :  $32x = 656 - 281 - 225 = 150$

و بالتالي :  $x = \frac{150}{32}$  إذن :  $x = \frac{75}{16}$



## تمرين 14 :

1 ( تبيان أن :  $MC = \frac{3x}{7}$  )

لدينا :  $(AB) // (\Delta)$

و عليه حسب نظرية طاليس  $\frac{LC}{LA} = \frac{MC}{AK}$  و بالتالي :  $\frac{6}{14} = \frac{MC}{x}$

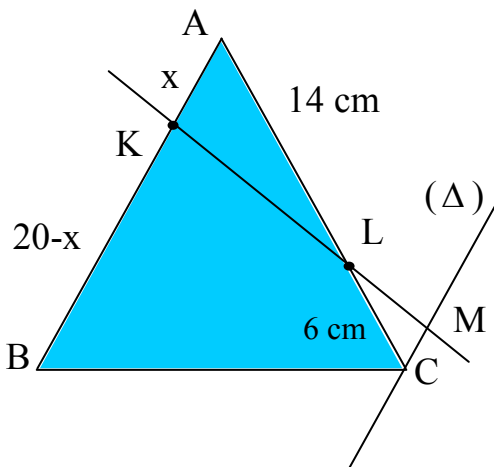
ومنه :  $14 MC = 6x$  و عليه :  $MC = \frac{6}{14}x$

وبالتالي :  $MC = \frac{3x}{7}$

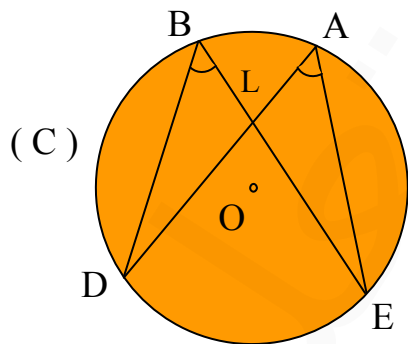
2 ( تعيين x :

لدينا :  $MC = 3$  و عليه :  $\frac{3x}{7} = 3$

ومنه :  $3x = 21$  إذن :  $x = 7$



## تمرين 15 :



\* لدينا :  $\widehat{ALE} = \widehat{BLD}$  ( بالتقابل بالرأس ) .

\* ولدينا :  $\widehat{EAL} = \widehat{DBL}$

( زاويتان تحصران نفس القوس DE ) .

و عليه : المثلثان ALE و BLD متشابهان .

## تمرين 16 :

1- تبسيط العبارة  $p(x)$  :

$$p(x) = \cos(x + \pi) + \sin x + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$p(x) = -\cos x + \sin x + \cos x + \sin x$$

إذن :  $p(x) = 2 \sin x$

2- حل المعادلة :  $p(x) = 0$

أي :  $2 \sin x = 0$  و بالتالي :  $\sin x = 0$

و حسب الدائرة المثلثية نجد :  $(x = k\pi ; k \in \mathbb{Z})$

إذن حلول المعادلة هي الأعداد الحقيقية  $x$  حيث :  $x = k\pi ; k \in \mathbb{Z}$

3- حل المعادلة :  $p(x + 2\pi) = p(x) \dots (1)$

(1) تعني :  $2 \sin(x + 2\pi) = 2 \sin(-x)$

و هذا يعني أن :  $\sin(x + 2\pi) = \sin(-x)$

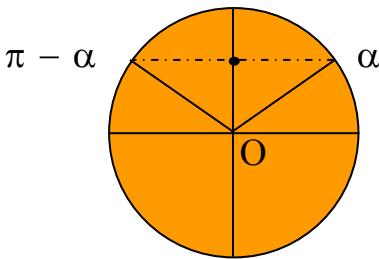
و حسب الدائرة المثلثية نجد :

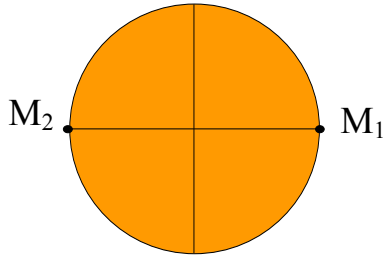
$$\left( \begin{array}{l} x + 2\pi = -x + 2k\pi , k \in \mathbb{Z} \\ \text{أو} \\ x + 2\pi = \pi + x + 2k\pi , k \in \mathbb{Z} \end{array} \right)$$

ومنه :  $\left( \begin{array}{l} x = -\pi + k\pi , k \in \mathbb{Z} \\ 0 = -\pi + 2k\pi , k \in \mathbb{Z} \text{ (مستحيل)} \end{array} \right)$

إذن حلول المعادلة هي الأعداد الحقيقية  $x$  بحيث :

$$x = (k - 1)\pi , k \in \mathbb{Z}$$





- تمثيل صور الحلول على الدائرة المثلثية :

من أجل :  $k = 0$  لدينا :  $x = -\pi$

من أجل :  $k = 1$  لدينا :  $x = 0$

صورتا الحلين هما النقطتان  $M_1(0)$  و  $M_2(-\pi)$

## تمرين 17 :

يكون  $Q(x)$  معرفة إذا وفقط إذا :  $\cos^2(\pi + x) - \sin^2(\pi + x) \neq 0$

$$[\cos^2(\pi + x) - \sin^2(\pi + x) = 0] \Leftrightarrow [\cos^2 x - \sin^2 x = 0] \dots (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow [(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) = 0]$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x - \sin x = 0 \\ \cos x + \sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \sin x \\ \cos x = -\sin x \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi & ; k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi & ; k \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad \text{و منه حسب الدائرة المثلثية :}$$

إذن تكون  $Q(x)$  معرفة إذا وفقط إذا :

$$x \neq \frac{\pi}{4} + R\pi, \quad x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, \quad R \in \mathbb{Z}$$

$$Q(x) = \frac{-2 \cos x}{2 \cos^2 x - 1} \quad \text{- تبيان أن :}$$

$$Q(x) = \frac{\cos(\pi + x) - \sin(\pi + x) + \cos(\pi - x) - \sin(\pi - x)}{\cos^2(\pi + x) - \sin^2(\pi + x)}$$

$$Q(x) = \frac{-\cos x + \sin x - \cos x - \sin x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$Q(x) = \frac{-2 \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

ومنه :  $Q(x) = \frac{-2 \cos x}{2 \cos^2 x - 1}$

\*حل في  $[0, 2\pi]$  المعادلة :  $Q(x) = 2$

$$(Q(x) = 2) \Leftrightarrow \left( \frac{-2 \cos x}{2 \cos^2 x - 1} = 2 \right) \dots (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow (-2 \cos x = 4 \cos^2 x - 2)$$

$$(1) \Leftrightarrow (4 \cos^2 x + 2 \cos x - 2 = 0)$$

$$(1) \Leftrightarrow (2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0)$$

حل المعادلة :  $2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$

بوضع :  $\cos x = y$  نجد :  $2y^2 + y - 1 = 0$

إذن :  $(y + 1)(2y - 1) = 0$

وعليه :  $(\cos x + 1)(2 \cos x - 1) = 0 \dots (2)$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + 1 = 0 \\ \text{أو} \\ 2 \cos x - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{إذن :}$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

ومنه :  $(\cos x = -1) \Leftrightarrow (\cos x = \cos \pi)$

$$(\cos x = -1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \text{أو} \\ x = -\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$(\cos x = -1) \Leftrightarrow (x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

$$\left( \cos x = \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow \left( \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \right)$$

$$\left( \cos x = \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \text{أو} \\ x = \frac{-\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

و بما أن  $x \in [0, 2\pi]$  فإن :  $x = \frac{\pi}{3}$  أو  $x = \pi$  أو  $x = \frac{-\pi}{4}$

وبالتالي الحلول هي :  $\frac{-\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \pi$

و هذه الحلول مقبولة لأن  $Q(x)$  معرفة عندها .

## تمرين 18 :

- (1)  (2)  (3)  (4)
- (5)  (6)  (7)

## تمرين 19 :

1) نشر وتبسيط واختصار العبارة :  $(a - b)^3$

$$* (a - b)^3 = (a - b)(a - b)^2 = (a - b)(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3$$

$$\cdot (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \quad \text{و منه :}$$



( 2 ) النشر :

$$* ( a - b ) ( a^2 + ab + b^2 ) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3$$

$$\cdot ( a - b ) ( a^2 + ab + b^2 ) = a^3 - b^3 \quad \text{و منه :}$$

$$* ( a + b ) ( a^2 - ab + b^2 ) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$$

$$\cdot ( a + b ) ( a^2 - ab + b^2 ) = a^3 + b^3 \quad \text{و منه :}$$

الاستنتاج :

$$* a^3 - b^3 = ( a - b ) ( a^2 + ab + b^2 )$$

$$* a^3 + b^3 = ( a + b ) ( a^2 - ab + b^2 )$$

( 3 ) النشر والاختصار :

$$( a + b + c )^2 = [ a + ( b + c ) ]^2 = a^2 + 2a ( b + c ) + ( b + c )^2$$

$$= a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + c^2 + 2bc$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

استنتاج  $( 4x^2 - x + 1 )^2$  :

$$( 4x^2 - x + 1 )^2 = [ 4x^2 + ( -x ) + 1 ]^2$$

$$= (4x^2)^2 + (-x)^2 + (1)^2 + 2(4x^2)(-x) + 2(4x^2)(1) + 2(-x)(1)$$

$$= 16x^4 + x^2 + 1 - 8x^3 + 8x^2 - 2x$$

$$\cdot ( 4x^2 - x + 1 )^2 = 16x^4 - 8x^3 + 9x^2 - 2x + 1$$

## تمرين 20 :

مساحة ABCD هي :  $S_1 = (2x - 1)x = 2x^2 - x$

مساحة ADE هي :  $S_2 = \frac{(2x - 1)x}{2} = \frac{2x^2 - x}{2}$

مساحة المنزل هي :  $S = S_1 + S_2$  و منه :  $S = 2x^2 - x + \frac{2x^2 - x}{2} = \frac{4x^2 - 2x + 2x^2 - x}{2}$

ومنه :  $S = \frac{6x^2 - 3x}{2}$  ولدينا :  $S = 180 \text{ m}^2$  وعليه :  $\frac{6x^2 - 3x}{2} = 180$

إذن :  $6x^2 - 3x = 360$  أي :  $6x^2 - 3x - 360 = 0$

بالقسمة على 3 نجد :  $2x^2 - x - 120 = 0$

لدينا :  $\Delta = b^2 - 4ac$  أي :  $\Delta = (-1)^2 - 4(2)(-120) = 961$

$\Delta > 0$  و عليه للمعادلة حلين متميزين :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 - \sqrt{961}}{2 \times 2} = \frac{-15}{2} \quad (\text{مرفوض})$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{1 + \sqrt{961}}{2 \times 2} = 8 \quad \text{و}$$

وعليه :  $x = 8$

## تمرين 21 :

تعيين وضعية M :

\* في المثلث القائم ABM لدينا :  $AM^2 = AB^2 + BM^2$

ومنه :  $AM^2 = 9 + (BC - MC)^2$

إذن :  $AM^2 = 9 + (5 - MC)^2$

\* وفي المثلث القائم DCM لدينا :  $DM^2 = DC^2 + MC^2$

$$DM^2 = 16 + MC^2 \quad \text{ومنه :}$$

يكون  $AM = DM$  إذا وفقط إذا كان :  $AM^2 = DM^2$

$$9 + (5 - MC)^2 = 16 + MC^2 \quad \text{وهذا يعني أن :}$$

$$9 + 25 - 10MC + MC^2 = 16 + MC^2 \quad \text{أي :} \quad \text{ومنه : } MC = \frac{18}{10}$$

أي :  $MC = 1,8 \text{ Cm}$  . وعليه :  $MB = 5 - 1,8$  أي :  $MB = 3,2 \text{ Cm}$  .

## تمرين 22 :

( 1 ) الحل الجبري :

نفرض  $x$  عرض المستطيل و  $y$  طوله و بالتالي  $x < y$  .

$$\text{فيكون : } xy = 6 \quad \text{و} \quad 2(x+y) = 10$$

$$\text{إذن : } xy = 6 \quad \text{و} \quad x + y = 5$$

$$\text{وعليه : } xy = 6 \quad \text{و} \quad y = 5 - x$$

$$\text{ومنه : } x(5-x) = 6 \quad \text{و} \quad y = 5 - x$$

إذن :  $-x^2 + 5x - 6 = 0$  و هي معادلة من الدرجة الثانية

$$\text{لدينا : } \Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4(-1)(-6) = 1$$

$$\text{ومنه للمعادلة حلين هما : } x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - 1}{2(-1)} = 3 \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + 1}{2(-1)} = 2$$

لما  $x = 3$  فان :  $y = 2$  (مرفوض لأن  $x < y$ )

لما  $x = 2$  فان :  $y = 3$

ومنه يوجد مستطيل حيث طوله  $3 \text{ Cm}$  و عرضه  $2 \text{ Cm}$  .

2) الحل البياني :

لدينا :  $x y = 6$  و  $x + y = 5$

ومنه :  $y = \frac{6}{x}$  و  $y = 5 - x$  حيث :  $x < y$

لتكن  $f, g$  الدالتين المعرفتين كما يلي :  $f(x) = \frac{6}{x}$  و  $g(x) = 5 - x$

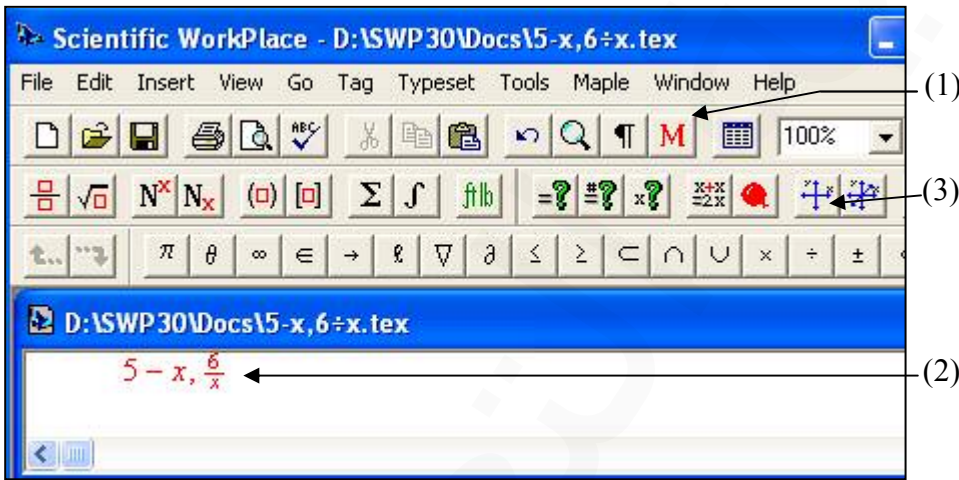
نقوم بإنشاء البيانين (δ) و (c) الممثلين للدالتين  $f, g$  باستعمال الحاسبة البيانية أو الحاسوب بتباع الخطوات التالية :

1 / نستعمل اللمسة (1) لتحويل النص من أدبي [T] إلى رياضي [M].

2 / نكتب عبارة الدالتين في لوحة تحرير النص (2).

3 / نستعمل اللمسة (3) لتمثيل الدالتين في معلم ثنائي البعدين .

الخطوات السابقة موضحة في الرسم التالي :

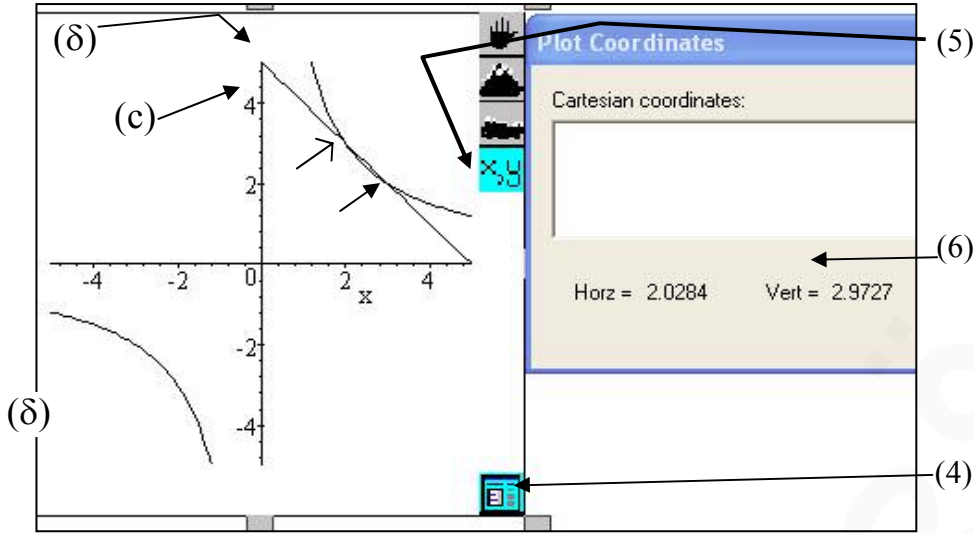


4 / نضبط الوحدات و قيم  $x$  و كذلك قيم  $y$  و هذا باستعمال اللمسة (4).

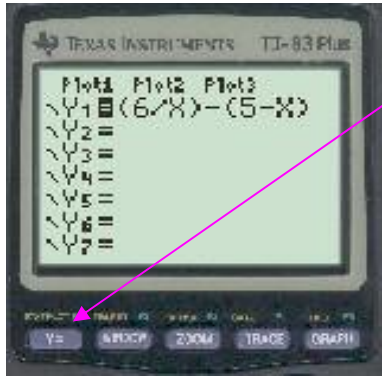
5 / نستعمل اللمسة (5) لكي نظهر لوحة (6) التي تعطي إحداثيات أي نقطة من

المعلم حيث Horz يمثل  $x$  و Vert يمثل  $y$ .

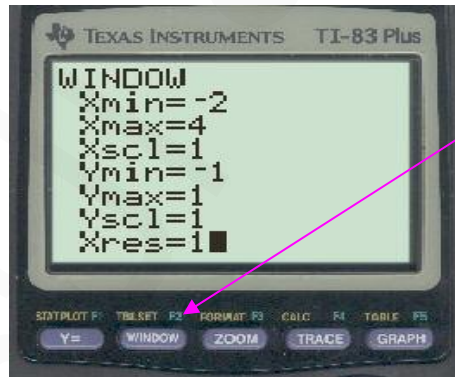
الخطوتان الأخيرتان تظهران في الرسم التالي :



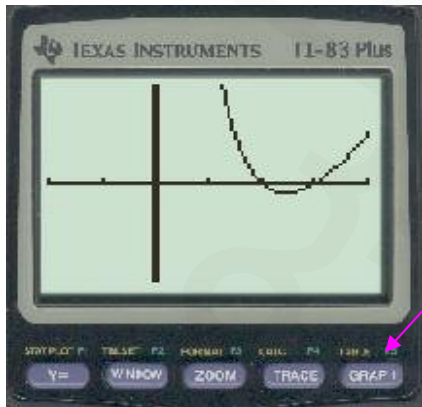
نقطتي تقاطع (c) و (δ) هما النقطتان  $M_1(3, 2)$  المشار إليها في الشكل بالسهم :  $\rightarrow$  و  $M_2(2, 3)$  المشار إليها في الشكل بالسهم :  $\rightarrow$  و هي النقطة التي تظهر إحداثياتها بالتقريب في اللوحة (6) إذن :  $x = 2,0284$  ،  $y = 2,9727$  ومنه :  $x = 2$  و  $y = 3$  يمكن استعمال الحاسبة البيانية لتمثيل  $y = (6/x) - (5 - x)$  باتباع الخطوات التالية :



1/ نستعمل الزر  $Y=$  و نكتب العبارة  $(6/x) - (5 - x)$



2/ نستعمل الزر  $WINDOW$  لضبط مجال القيم



3/ نستعمل الزر  $GRAPH$

فيظهر المنحني و نلاحظ قيم  $x$  هي 2 و 3

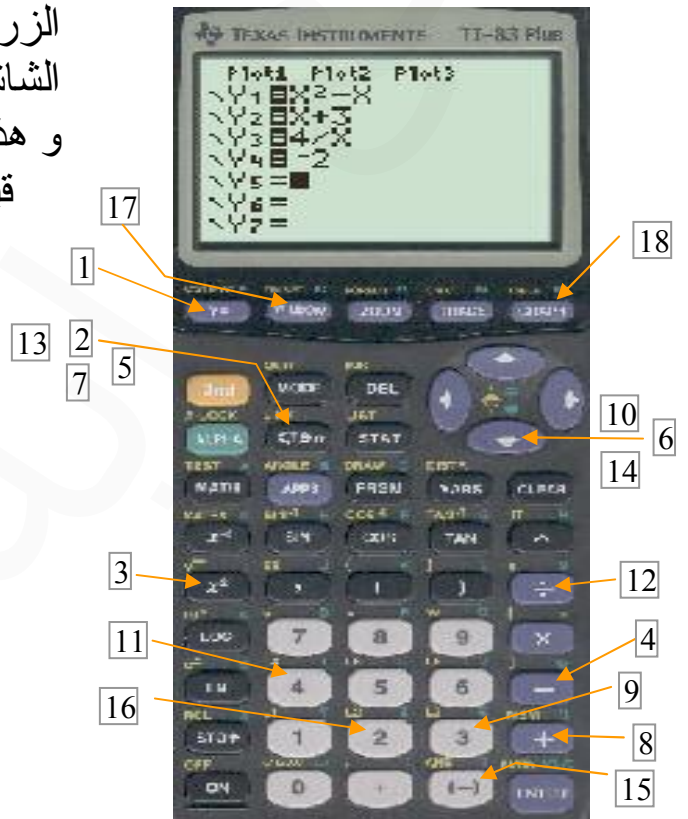
إذن يوجد مستطيل حيث طوله 3 Cm و عرضه 2 Cm .

## تمرين 23 :

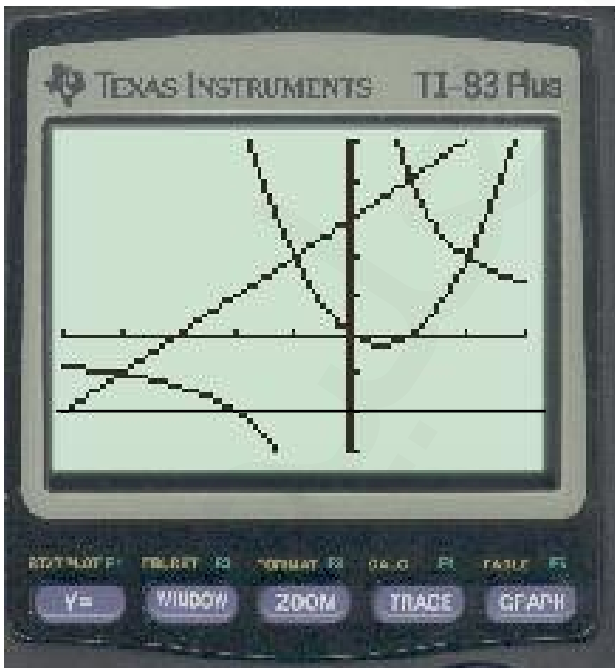
باستعمال آلة بيانية ننشئ التمثيلات البيانية  $(U_1)$  ;  $(U_2)$  ;  $(U_3)$

للدوال  $h(x) = x + 3$  ;  $f(x) = x^2 - x$  : حيث  $f, g, h$  على الترتيب حيث :  $g(x) = \frac{4}{x}$ .  
نضغط على الأزرار بتتابع ترتيب الأرقام التي تشير إليها كما هو في الصورة.

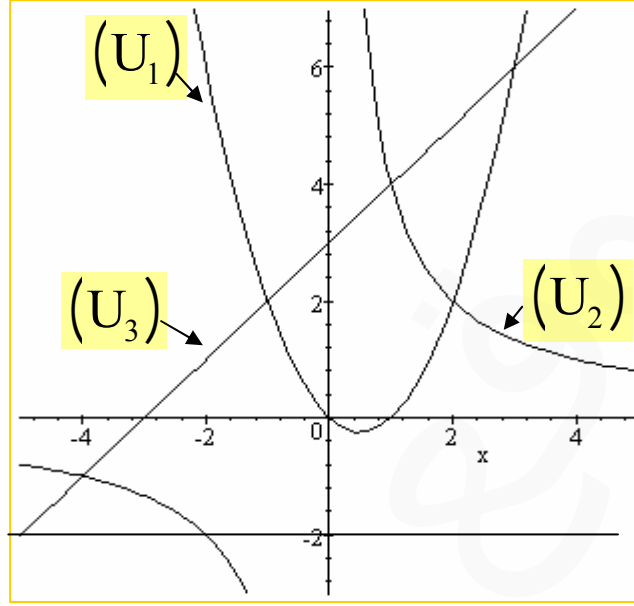
الزر **WINDOW** المشار إليه بالرقم 17 يظهر على الشاشة ما يلي :  
و هذا لضبط مجال قيم  $x$  و  $y$



الزر **GRAPH** المشار إليه بالرقم 18 يظهر على الشاشة ما يلي :



يمكن توضيح الصورة بالرسم التالي :



\* حل بيانيا للمعادلة :  $f(x) = -2$  ؛  $(\Delta)$  مستقيم معادلته :  $y = -2$   
 نلاحظ بيانيا أن :  $(U_1) \cap (\Delta) = \emptyset$  وعليه ليس للمعادلة حلول .

\* حل بيانيا المتراجحة :  $f(x) > -2$

بيان نلاحظ أن المنحنى  $(U_1)$  يقع فوق المستقيم  $(\Delta)$  وعليه مجموعة حلول المتراجحة هي :

\* الحل الحسابي للمتراجحة :  $\frac{4}{x} \leq x + 3$

وهذا يعني أن :  $\frac{4}{x} - (x + 3) \leq 0$  أي :  $\frac{4 - x^2 - 3x}{x} \leq 0$  ومنه :  $\frac{-x^2 - 3x + 4}{x} \leq 0$

- نحلل العبارة :  $-x^2 - 3x + 4$

لدينا :  $\Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(-1)(4) = 25$

ومنه :  $x_1 = \frac{3-5}{-2} = 1$  ؛  $x_2 = \frac{3+5}{-2} = -4$

ملاحظة هامة :

المعادلة  $a x^2 + b x + c = 0$  في حالة  $a + c = -b$  تقبل حلين هما : 1 و  $\frac{c}{a}$ .

$$\text{إذن : } -x^2 - 3x + 4 = -(x-1)(x+4)$$

$$\frac{-(x-1)(x+4)}{x} \leq 0 \quad \text{وعليه المتراجحة تصبح :}$$

جدول الإشارة :

x	$-\infty$	-4	0	1	$+\infty$	
$-(x-1)$	+	+	+	○	-	
$x+4$	-	○	+	+	+	
x	-	-	○	+	+	
$-(x-1)(x+4)$	-	○	+	+	○	-
$\frac{-(x-1)(x+4)}{x}$	+	○	-	+	○	-

وعليه حلول المتراجحة :  $E_1 = [-4, 0 [ \cup [1, +\infty [$

\* الحل البياني للمتراجحة :  $\frac{4}{x} \leq x + 3$  أي :  $g(x) \leq h(x)$

و هذا يؤول إلى إيجاد وضعية المنحني  $(U_2)$  و  $(U_3)$ .

من خلال البياني نلاحظ أن :  $(U_2)$  يقع تحت  $(U_3)$  في كل من المجالين :

$$[-4, 0 [ \text{ و } [1, +\infty [ \text{ وعليه } g(x) < h(x).$$

كذلك  $(U_2)$  يقطع  $(U_3)$  في النقطتين اللتين فاصلتهما -4 ، 1 وعلي مجموعة

حلول المتراجحة  $g(x) \leq f(x)$  هي :  $E_1 = [-4, 0 [ \cup [1, +\infty [$

\* الحل الحسابي للمتراجحة :  $x + 3 \geq x^2 - x$

$$\text{وهذا يعني أن : } x + 3 - x^2 + x \geq 0 \text{ أي : } -x^2 + 2x + 3 \geq 0$$

$$\Delta = 4 + 12 = 16 \text{ لدينا :}$$



$$x_1 = \frac{-2-4}{-2} = 3 \quad ; \quad x_2 = \frac{-2+4}{-2} = -1 \quad \text{و منه :}$$

ملاحظة هامة :

المعادلة  $ax^2 + bx + c = 0$  في حالة  $a + c = b$   
تقبل حلين هما :  $-1$  و  $-\frac{c}{a}$ .

$$\text{وعليه : } -x^2 + 2x + 3 = -(x-3)(x+1)$$

$$\text{و المتراجحة تصبح : } -(x-3)(x+1) \geq 0$$

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$-(x-3)$	+	+	○	-
$x+1$	-	○	+	+
$-(x-3)(x+1)$	-	○	+	○

جدول الإشارة :

$$\text{وعليه مجموعة حلول المتراجحة هي : } E_2 = [-1, 3]$$

$$\text{* الحل البياني للمتراجحة : } x + 3 \geq x^2 - x \quad \text{أي : } h(x) \geq f(x)$$

وهذا يؤول إلى دراسة الوضعية لكل من  $(U_1)$  و  $(U_3)$ .

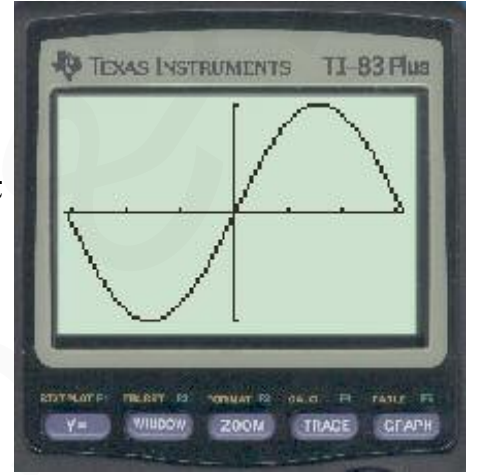
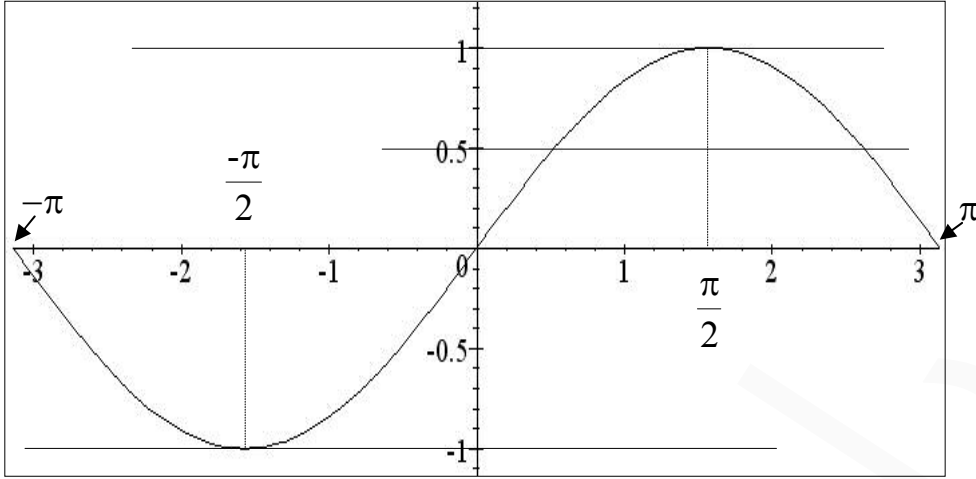
من خلال البياني نلاحظ أن  $(U_3)$  يقطع فوق  $(U_1)$  في المجال  $]-1, 3[$

ويقطعه عند النقطتين ذات الفاصلتين 3 ، -1

$$\text{وعليه مجموعة حلول المتراجحة هي : } E_2 = [-1, 3]$$

## تمرين 24 :

التمثيل البياني للدالة  $f$  :



نرسم المستقيمات التي معادلاتها :  $y = -1$  ,  $y = 1$  ,  $y = 0$  . فنجد .

(1) للمعادلة  $f(x) = 0$  ثلاثة حلول هي :  $-\pi$  ,  $0$  ,  $\pi$

(2) للمعادلة  $f(x) = 1$  حل مضاعف هو :  $\frac{\pi}{2}$

(3) للمعادلة  $f(x) = -1$  حل مضاعف هو :  $-\frac{\pi}{2}$

- استنتاج حلول المتراجحات :

(1) حلول المتراجحة  $f(x) \geq 0$  هي قيم  $x$  التي تنتمي إلى المجال  $[0, \pi]$  .

(2) حلول المتراجحة  $f(x) > 1$  ليس لها حلول .

(3) حلول المتراجحة  $f(x) \leq 1$  للمتراجحة حل وحيد هو  $-\frac{\pi}{2}$

- عدد حلول المعادلة  $f(x) = \frac{1}{2}$

نرسم المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته :  $y = \frac{1}{2}$  فيقطع  $(c)$  في نقطتين فاصلتهما  $x_1, x_2$  حيث :

$$x_1 = \frac{5\pi}{6}, \quad x_2 = \frac{\pi}{6} \quad \text{إذن : } x_1 = 2,617, \quad x_2 = 0,523$$

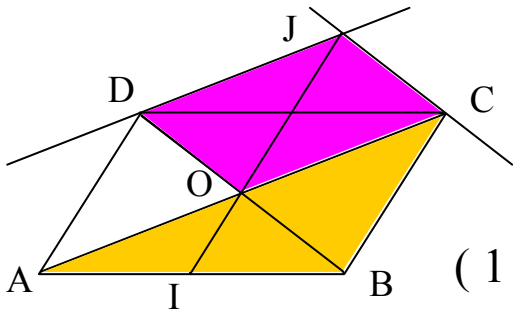
ومنه مجموعة حلول المترابحة هي :  $\{x_1, x_2\}$

## تمرين 25 :

إثبات أن :  $O, I, J$  على استقامة واحدة :

في المثلث  $ABC$  لدينا :

$O$  منتصف  $[AC]$  و  $I$  منتصف  $[AB]$  .



$$\vec{OI} = \frac{1}{2} \vec{CB} \quad \text{أى : } \vec{OI} = \frac{-1}{2} \vec{BC} \quad (1) \dots$$

\* الرباعي  $OCJD$  متوازي الأضلاع وعليه :  $\vec{OJ} = \vec{OC} + \vec{OD}$

$$\vec{OJ} = \vec{BO} + \vec{OC} \quad \text{أى : } \vec{OJ} = \vec{OC} + \vec{BO}$$

$$\vec{OI} = \frac{-1}{2} \vec{OJ} \quad \text{أى : } \vec{OJ} = \vec{BC} \quad (2) \dots \text{ وبالتالي من (1) و (2) ينتج :}$$

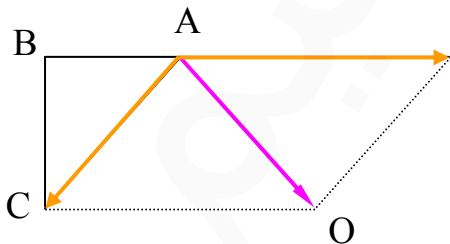
وعليه  $\vec{OI} \parallel \vec{OJ}$  ونستنتج أن  $O, I, J$  على استقامة واحدة .

## تمرين 26 :

1 - نبين أن :  $\vec{V} = \vec{NA} - 2\vec{NB} + \vec{NC}$  شعاع ثابت :

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \vec{NA} - 2(\vec{NA} + \vec{AB}) + \vec{NA} + \vec{AC} \quad \text{لدينا :} \\ &= \vec{NA} - 2\vec{NA} - 2\vec{AB} + \vec{NA} + \vec{AC} \end{aligned}$$

ومنه :  $\vec{V} = -2\vec{AB} + \vec{AC}$  و هو شعاع ثابت .



2 - إنشاء النقطة  $O$  حيث :  $\vec{AO} = \vec{V}$  .

## تمرين 27 :

1 - إثبات أن  $(O, \vec{U}, \vec{V})$  معلما للمستوي :

$$\vec{U} \neq \vec{0} ; \vec{V} \neq \vec{0} \quad \text{ومنه} \quad \vec{U} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} ; \vec{V} \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{من شرط التوازي نجد : } (-2)(-1) - 3(4) = 2 - 12 = -10$$

ومنه :  $\vec{U}$  لا يوازي  $\vec{V}$  و بالتالي :  $(\vec{U}, \vec{V})$  أساسا للمستوي .

و عليه :  $(O, \vec{U}, \vec{V})$  معلما للمستوي .

2 - كتابة  $x', y'$  بدلالة  $x, y$  :

$$\vec{ON} = x' \vec{U} + y' \vec{V} \quad \text{و} \quad (1) \dots \vec{ON} = x \vec{i} + y \vec{j}$$

$$\vec{ON} = x'(-2 \vec{i} + 3 \vec{j}) + y'(4 \vec{i} - \vec{j}) \quad \text{ومنه} :$$

$$\text{أي : } (2) \dots \vec{ON} = (-2x' + 4y') \vec{i} + (3x' - y') \vec{j}$$

$$\begin{cases} x = -2x' + 4y' \\ y = 3x' - y' \end{cases} \quad \text{من (1) و (2) نجد :} \quad \begin{cases} x = -2x' + 4y' \\ y = 3x' - y' \end{cases} \quad \text{أي :}$$

$$\text{و بالتعويض نجد : } x = -2x' + 4(3x' - y') \quad \text{أي : } x + 4y = 10x'$$

$$\text{إذن : } x' = \frac{1}{10}x + \frac{2}{5}y \quad \text{ومنه : } y' = \frac{3}{10}x + \frac{1}{5}y$$

3 - البحث عن وجود نقط لها نفس الإحداثيات في المعلمين :

$$\begin{cases} \frac{9}{10}x - \frac{2}{5}y = 0 \\ -\frac{3}{10}x + \frac{4}{5}y = 0 \end{cases} \quad \text{أي :} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{10}x + \frac{2}{5}y \\ y = \frac{3}{10}x + \frac{1}{5}y \end{cases} \quad \text{و منه :} \quad \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases} \quad \text{نفرض :}$$

$$\text{وهذا يعني أن :} \quad \begin{cases} 9x - 4y = 0 \\ -3x + 8y = 0 \end{cases} \quad \text{بضرب طرفي المعادلة الثانية في 3 و الجمع مع المعادلة}$$

$$\text{الأولى طرفا لطرف نجد : } 20y = 0 \quad \text{ومنه : } (x, y) = (0, 0)$$

إذن النقطة الوحيدة التي لها نفس الإحداثيات في المعلمين هي :  $O(0, 0)$  .

## تمرين 28 :

1- تعيين  $m$  بحيث يكون  $(\Delta)$  و  $(D)$  متوازيان :

$$\text{حسب شرط التوازي نجد : } m(7m - 5) - (m - 1)(m + 1) = 0$$

$$\text{أي : } 7m^2 - 5m - m^2 + 1 = 0 \quad \text{أي : } 6m^2 - 5m + 1 = 0$$

لدينا :  $\Delta = 5^2 - 4 \times 6 \times 1 = 1$  ومنه للمعادلة حلين متمايزين  $m_1, m_2$

$$\text{حيث : } m_1 = \frac{5-1}{2 \times 6} = \frac{1}{3}, \quad m_2 = \frac{5+1}{2 \times 6} = \frac{1}{2}$$

و منه مجموعة قيم  $m$  هي :  $\left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right\}$ .

2- مناقشة تقاطع  $(\Delta)$  و  $(D)$  :

$$\begin{cases} mx + (m-1)y - 2 = 0 \\ (m+1)x + (7m-5)y + 3 = 0 \end{cases} \quad \text{أي ناقش حل الجملة :}$$

$$\text{لدينا : } d = \begin{vmatrix} m & m-1 \\ m+1 & 7m-5 \end{vmatrix} = m(7m-5) - (m+1)(m-1)$$

و منه :  $d = 6m^2 - 5m + 1$  و مما سبق ينعدم عند  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$  و بالتالي :

$$\text{* لما } m = \frac{1}{3} \text{ : الجملة تكتب : } \begin{cases} x - 2y - 6 = 0 \\ 4x - 8y + 9 = 0 \end{cases}$$

وبضرب المعادلة الأولى في -4 و الجمع مع الثانية نجد :  $0 = 33$  و هذا مستحيل إذن الجملة ليس لها حل و بالتالي :  $(\Delta)$  و  $(D)$  منفصلان .

$$\text{* لما } m = \frac{1}{2} \text{ : الجملة تكتب : } \begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ 3x - 3y + 6 = 0 \end{cases}$$

وبضرب المعادلة الأولى في -3 و الجمع مع الثانية نجد :  $0 = 18$  و هذا مستحيل إذن الجملة ليس لها حل و بالتالي :  $(\Delta)$  و  $(D)$  منفصلان .

\* لما  $m \neq \frac{1}{2}$  و  $m \neq \frac{1}{3}$  فإن الجملة لها حل وحيد  $(x, y)$  حيث :

$$y = \frac{\begin{vmatrix} -2 & m \\ 3 & m+1 \end{vmatrix}}{d} = \frac{-5m-2}{6m^2-5m+1} \quad ; \quad x = \frac{\begin{vmatrix} m-1 & -2 \\ 7m-5 & 3 \end{vmatrix}}{d} = \frac{17m-13}{6m^2-5m+1}$$

وبالتالي :  $(\Delta) \cap (D) = \{L\}$  حيث  $L\left(\frac{17m-13}{6m^2-5m+1}, \frac{-5m-2}{6m^2-5m+1}\right)$

## تمرين 29 :

- (1) ص (2) خ (3) ص (4) ص (5) ص  
(6) خ (7) ص (8) ص (9) خ (10) ص

## تمرين 30 :

لدينا :  $f(x) = \frac{a}{x}$

(1) مجموعة التعريف :  $D = ]-\infty, 0[ \cup ]0, +\infty[$ .

(2) تعيين  $a$  بحيث :  $f(1) = -3$

لدينا :  $f(1) = \frac{a}{1} = a$  ومنه :  $a = -3$  و بالتالي :  $f(x) = \frac{-3}{x}$ .

(3) دراسة التغيرات :

▪ من أجل :  $x_1 \in D, x_2 \in D$  و  $x_1 \neq x_2$  لدينا :

$$g = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{\frac{-3}{x_1} - \frac{-3}{x_2}}{x_1 - x_2} = \frac{\frac{-3x_2 + 3x_1}{x_1 \times x_2}}{x_1 - x_2} = \frac{3}{x_1 \times x_2}$$

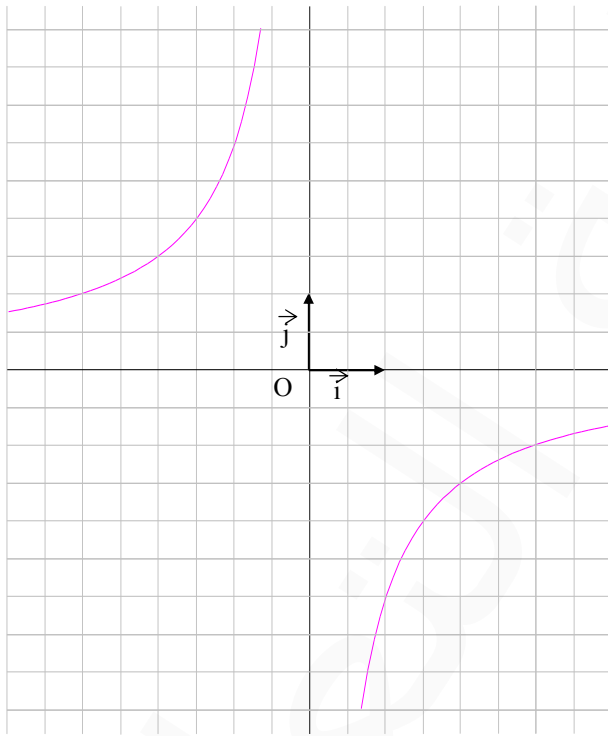
لما  $x_1 > 0$  و  $x_2 > 0$  :  $\mathcal{G} > 0$  و منه  $f$  متزايدة تماما .  
لما  $x_1 < 0$  و  $x_2 < 0$  :  $\mathcal{G} > 0$  و منه  $f$  متزايدة تماما .

▪ جدول التغيرات :

X	$-\infty$	0	$+\infty$
f(x)	↗		↗

(4) الحساب :  $f(-1) = 3$  ;  $f(-6) = \frac{1}{2}$  ;  $f(1) = -3$  ;  $f(3) = -1$  ;  $f(6) = -\frac{1}{2}$

(5) إنشاء البيان :



## تمرين 31 :

(1) - مساحة كل من المستطيلين ABCD و EFGH هي :

$$A_1 = 8 \text{ Cm} \times 6 \text{ Cm} \quad \text{أي} \quad A_1 = 48 \text{ Cm}^2$$

- مساحة كل من المستطيلين ADHE و BFGC هي :

$$A_2 = 6 \text{ Cm} \times 3\sqrt{5} \text{ Cm} \quad \text{أي} \quad A_2 = 18\sqrt{5} \text{ Cm}^2$$

- مساحة كل من المستطيلين ABFE و DCGH هي :

$$A_3 = 8 \text{ Cm} \times 3\sqrt{5} \text{ Cm} \quad \text{أي} \quad A_3 = 24\sqrt{5} \text{ Cm}^2$$

- المساحة الجانبية للشكل هي :  $A = 2A_1 + 2A_2 + 2A_3$

$$A = [2(48) + 2(18\sqrt{5}) + 2(24\sqrt{5})] \text{ Cm}^2 \quad \text{أي}$$

$$A = [96 + 36\sqrt{5} + 48\sqrt{5}] \text{ Cm}^2 = (96 + 84\sqrt{5}) \text{ Cm}^2 \quad \text{ومنه}$$

$$A = 283,829 \text{ Cm}^2 \quad \text{إذن}$$

(2) حجم الشكل هو :  $V = (8 \times 6 \times 3\sqrt{5}) \text{ Cm}^3$

$$V = (144\sqrt{5}) \text{ Cm}^3 \quad \text{أي} \quad V = 321,993 \text{ Cm}^3 \quad \text{إذن}$$

(3) - حساب AF :

في المثلث ABF القائم في B لدينا :  $AF^2 = AB^2 + BF^2$

$$AF^2 = [8^2 + (3\sqrt{5})^2] \text{ Cm}^2 = 109 \text{ Cm}^2 \quad \text{أي} \quad AF = 10,440 \text{ Cm} \quad \text{إذن}$$

- محيط الرباعي AFGD هو :

$$p = 2(AF + FG) = 2(10,44 + 6) \text{ Cm} \quad \text{إذن} \quad p = 32,88 \text{ Cm}$$



## تمرين 32 :

- حجم المكعب هو :  $V_1 = (2,55 \text{ Cm})^3$  أي :  $V_1 = (2,55 \text{ Cm})^3$

إذن :  $V_1 = 16,58 \text{ Cm}^3$

- حجم الهرم هو :  $V_2 = \frac{2,55 \times 2,55 \times 3,78}{3} \text{ Cm}^3$  و منه :  $V_2 = 8,19 \text{ Cm}^3$

- حجم الشكل هو :  $V = V_1 + V_2$

أي :  $V = (16,58 + 8,19) \text{ Cm}^3$  و منه :  $V = 24,77 \text{ Cm}^3$

## تمرين 33 :

المثلث ABC قائم في A . وعليه (A B) عمودي على (A C) .

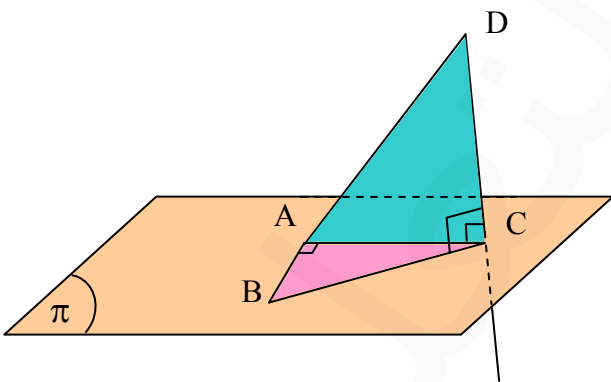
المستقيم (DC) عمودي على المستوي (A B C) وعليه فإن (DC) عمودي على كل مستقيمت

هذا المستوي وبالتالي (D C) عمودي على (A C) .

بما أن المستقيم (A B) عمودي على كل من المستقيمين

(A C) و (D C) من المستوي (A D C) فإن :

(A B) عمودي على المستوي (A D C) .



## تمرين 34 :

بما أن النقط  $E, F, G, H$  تنتمي إلى المستوي  $(\pi)$  الذي يوازي قاعدة الهرم  $SABCD$  فإن  $SEFGH$  هو هرم أيضا .  
 لحساب حجم هذا الهرم فإننا نحسب :  $FE, GF$  .

في المثلث  $SCD$  لدينا :  $\frac{SE}{SD} = \frac{SF}{SC} = \frac{FE}{CD}$

وعليه :  $\frac{1}{2} = \frac{SF}{SC} = \frac{FE}{20}$  ومنه :  $FE = \frac{20 \times 1}{2} = 10 \text{ Cm}$

في المثلث  $SBC$  لدينا :  $\frac{SG}{SB} = \frac{GF}{BC} = \frac{SF}{SC}$

وعليه :  $\frac{SG}{SB} = \frac{GF}{30} = \frac{1}{2}$  ومنه :  $GF = \frac{30 \times 1}{2} = 15 \text{ Cm}$

ليكن :  $SO$  ارتفاع الهرم  $SABCD$  و  $SO'$  ارتفاع الهرم  $SEFGH$

لدينا في المثلث  $SOC$  :  $\frac{SO'}{SO} = \frac{SF}{SC}$  وعليه :  $\frac{SO'}{SO} = \frac{1}{2}$

ومنه :  $SO' = 25 \text{ Cm}$

حجم الهرم  $SEFGH$  :

لدينا :  $V_1 = \frac{1}{3} \times 15 \times 10 \times 25$  أي :  $V_1 = 1250 \text{ Cm}^3$

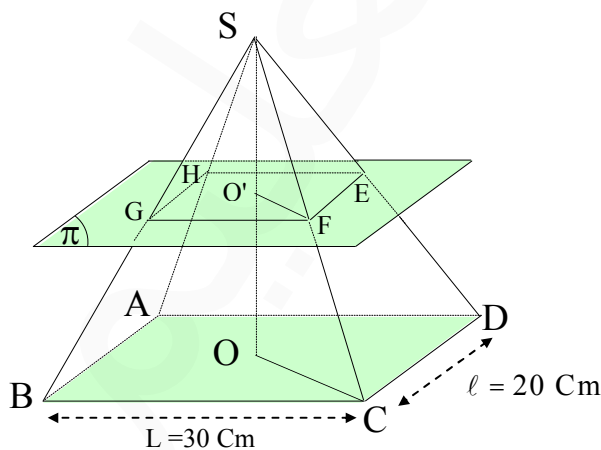
حجم الهرم  $SABCD$  :

لدينا :  $V_2 = \frac{1}{3} \times 30 \times 20 \times 50$

أي :  $V_2 = 10\,000 \text{ Cm}^3$

حجم الجزء المحصور بين الهرمين :

$V_3 = V_2 - V_1 = 8750 \text{ Cm}^3$



## تمرين 35 :

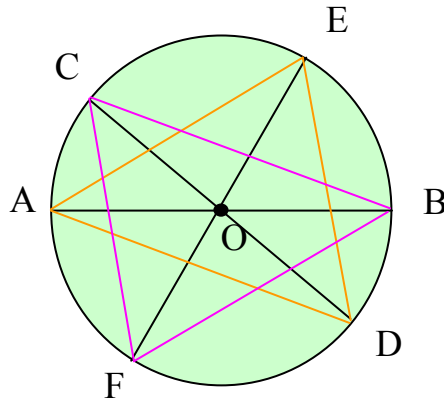
- 1) محور تناظر التحويل الذي يحول  $T_1$  إلى  $T_2$  هو  $(BC)$  .
- 2) شعاع الانسحاب الذي يحول  $T_1$  إلى  $T_3$  هو  $\vec{AB}$  .
- 3) مركز التناظر الذي يحول  $T_2$  إلى  $T_4$  هو النقطة  $O$  منتصف  $[CD]$  .
- 4) زاوية الدوران هي :  $\frac{\pi}{3}$  .

## تمرين 36 :

- بما أن المثلثات  $AOA'$  ,  $BOB'$  ,  $COC'$  متقايسة الأضلاع فإن زواياها متقايسة وكل منها يساوي  $60^\circ$  .
- النقطة  $A'$  هي صورة  $A$  بالدوران  $r$  الذي مركزه  $O$  وزاويته  $\frac{\pi}{3}$  .
- النقطة  $B'$  هي صورة  $B$  بالدوران  $r$  .
- النقطة  $C'$  هي صورة  $C$  بالدوران  $r$  .
- وعليه النقط  $A'$  ,  $B'$  ,  $C'$  هي صور النقط  $A$  ,  $B$  ,  $C$  بنفس الدوران  $r$  .
- وبما أن  $A$  ,  $B$  ,  $C$  على استقامة واحدة فإن  $A'$  ,  $B'$  ,  $C'$  على استقامة واحدة .

## تمرين 37 :

- لدينا :  $OA = OB$  و  $OC = OD$  و  $OE = OF$  .
- وعليه  $B$  ,  $C$  ,  $F$  هي صور النقط  $A$  ,  $D$  ,  $E$  بالتناظر الذي مركزه  $O$  .
- ومنه صورة المثلث  $AED$  هي المثلث الذي يقايسه  $CFB$  .
- وعليه : **مساحة المثلث  $AED$  تقايس مساحة المثلث  $CFB$**  .



## تمرين 38 :

ليكن  $S$  التناظر الذي مركزه  $O$  .  $B$  هي صورة  $D$  بواسطة  $S$  .  
المستقيمان  $(\Delta)$  ,  $(\Delta')$  متوازيان ويشملان  $B$  ,  $D$  على الترتيب .

وعليه  $(\Delta')$  هو صورة  $(\Delta)$  بواسطة  $S$  .

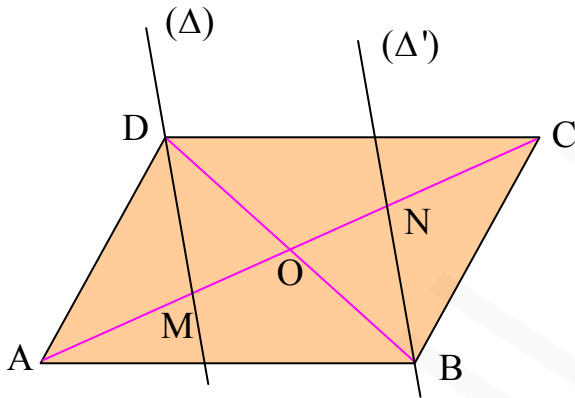
وكذلك  $(AC)$  هو صورة  $(AC)$  بواسطة  $S$  .

المستقيمان  $(\Delta)$  و  $(AC)$  يتقاطعان في  $M$

والمستقيمان  $(\Delta')$  و  $(AC)$  يتقاطعان في  $N$  .

وعليه صورة  $M$  بواسطة  $S$  هي  $N$  .

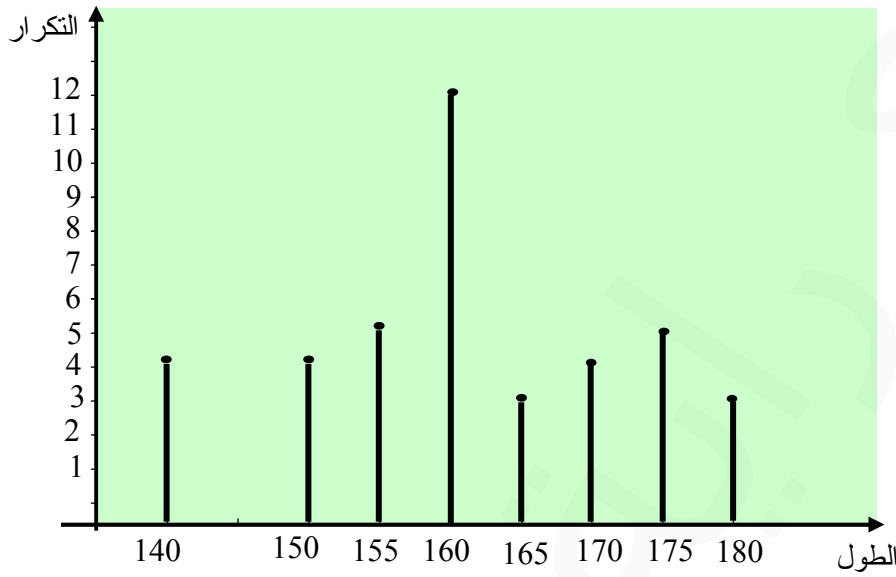
إذن :  $OM = ON$  وعليه : **[MN] منتصف** .



## تمرين 39 :

(1) الجدول الإحصائي

الأطوال Cm	140	150	155	160	165	170	175	180
التكرار	4	4	5	12	3	4	5	3
التواتر	0,1	0,1	0,125	0,3	0,075	0,1	0,125	0,075



(3) - المتوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{140 \times 4 + 150 \times 4 + 155 \times 5 + 160 \times 12 + 165 \times 3 + 170 \times 4 + 175 \times 5 + 180 \times 3}{40}$$

ومنه :  $\bar{x} = 161,25$  .

- الوسيط :  $Med = \frac{a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1}}{2}$  ؛ لدينا :  $n = 40$  و عليه :  $\frac{n}{2} = 20$

$a_{\frac{n}{2}}$  هو الحد الذي رتبته 20 وهو : 170 .  $a_{\frac{n}{2}+1}$  هو الحد الذي رتبته 21 وهو : 170 .

إذن :  $Med = 170$  .

- المنوال :  $Mod = 170$

- المدى :  $E = 180 - 140$  و منه :  $E = 40$  .

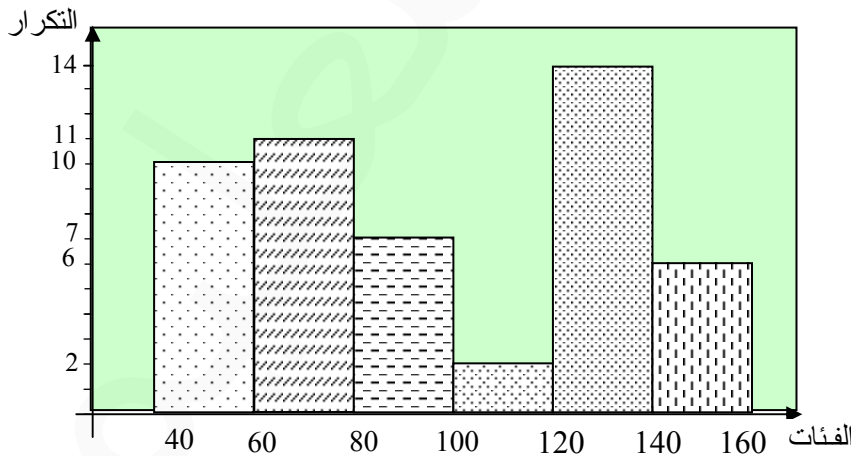
## تمرين 40 :

(1) الجدول الإحصائي :

الفئات	$[40;60[$	$[60;80[$	$[80;100[$
التكرار	10	11	7
التواتر	0,2	0,22	0,14
مراكز الفئات	50	70	90

الفئات	$[100 ;120[$	$[120 ;140[$	$[140 ;160[$
التكرار	2	14	6
التواتر	0,04	0,28	0,12
مراكز الفئات	110	130	150

(2) التمثيل بواسطة المدرج التكراري :



(3) - المتوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{50 \times 10 + 70 \times 11 + 90 \times 7 + 110 \times 4 + 150 \times 6}{100}$$

$$\bar{x} = 96,8$$

ومنه :  $\bar{x} = \frac{500 + 770 + 630 + 220 + 1820 + 900}{100} = \frac{4840}{50}$  إذن :

$$\text{Med} = a_i + \frac{\frac{n}{2} - s}{E_i} \times h_i \quad \text{- الوسيط :}$$

لدينا :  $n = 50$  و عليه :  $\frac{n}{2} = 25$  ومنه الفئة الوسيطة هي :  $[80 ; 100]$  و عليه :

$$S = 21, \quad h_i = 20, \quad E_i = 7, \quad a_i = 80$$

ومنه :  $\text{Med} = 80 + \frac{25 - 21}{7} \times 20$  أي :  $\text{Med} = 91,42$

$$\text{Mod} = a_i + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times h_i \quad \text{- المنوال :}$$

الفئة المنوالية هي الفئة :  $[120 ; 140]$  و عليه :  $a_i = 120$  ,  $h_i = 140 - 120 = 20$

$$D_2 = 14 - 6 = 8, \quad D_1 = 14 - 2 = 12$$

ومنه :  $\text{Mod} = 120 + \frac{12}{12 + 8} \times 20$  ومنه :  $\text{Mod} = 132$

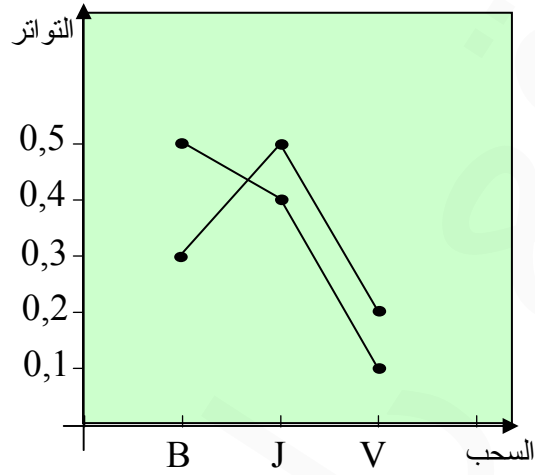
- المدى :  $E = 160 - 140$  ومنه :  $E = 12$

## تمرين 41 :

السحب 1	B	J	V
التكرار	15	12	3
التواتر	0,5	0,4	0,1
السحب 2	B	J	V
التكرار	9	15	6

التواتر	0,3	0,5	0,2
---------	-----	-----	-----

التمثيل البياني :



**تمرين 42 :**

التواتر	عدد الأوجه	
0,58	58	P
0,42	42	F

- الإنشاء البياني :

