## ✓ النهايات :

حالات عدم التعين هي : $\infty\times 0$ , $\infty+\infty-$ , $\frac{\infty}{\infty}$ , $\frac{0}{0}$

حساب النهايات في القيم الانهائية $(\pm\infty)$

- نهاية الدالة ناطقة تؤل إلى حساب نهاية أكبر حد في البسط على أكبر حد في المقام
- نهاية الدالة كثير حدود تؤل إلى حساب نهاية أكبر حد

**ملاحظة:**

أثناء حساب النهايات يمكن الوقوع في حالة عدم التعين ، ولا توجد قاعدة عامة لإزالة حالة عدم التعين ، فهناك عدة طرق مثل إستخراج العامل المشترك أو الضرب والقسمة في المرافق ...إلخ .

**مثـــال :**

أ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=+\infty-\infty$ ح.ع.ت

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}\right)\times\frac{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}\right)}{\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}\right)}$$

نضرب ونقسم على المرافق نحصل على :

$$\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1-(x-1)}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}=\frac{2}{+\infty}=0$$

ب) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\sqrt{x^2-x+1}+2x$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2-x+1}+2x=+\infty-\infty$ ح.ع.ت

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\sqrt{x^2-x+1}+2x=\lim_{x\to-\infty}\left(-x\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+2x\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(-x\times\left(\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-2\right)\right)$$

نقوم بإخراج $x$ عامل مشترك:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-(-\infty)\times\left(\sqrt{1-\underbrace{\frac{1}{+\infty}}_{0}+\underbrace{\frac{1}{+\infty^2}}_{0}}-2\right)=+\infty\times\left(\sqrt{1}-2\right)=+\infty\times(-1)=-\infty$$

## ✓ إزالة حالة عدم التعين من الشكل $\frac{0}{0}$

وفي هذه الحالة نقوم بتحليل كلا من البسط والمقام باستعمال القسمة الإقلدية إذا كانت الدالة هي حاصلة قسمة كثير حدود على كثير حدود ثم نختزل العامل المشترك في البسط والمقام ونحسب النهاية

**مثال :** $\lim\limits_{x\to1} f(x)=\frac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3}=\ ?$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to+1} f(x)=\lim\limits_{x\to+1}\frac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3}=\frac{1^2-3\times1+2}{1^2+2\times1-3}=\frac{0}{0}$ ح.ع.ت

نقوم بتحليل كل من البسط والمقام :

$$\lim_{x\to+1} f(x)=\lim_{x\to+1}\frac{x^2-3x+2}{x^2+2x-3}=\lim_{x\to+1}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)\times(x+3)}=\lim_{x\to+1}\frac{(x-2)}{(x+3)}=\frac{(1-2)}{(1+3)}==-\frac{1}{4}$$

أما إذا كانت الدالة تحتوي على الجذر نقوم بالضرب والقسمة في المرافق وبعد التبسيط نحسب النهاية .

**مثال :** $\lim\limits_{x\to+4} f(x)=\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to+4} f(x)=\lim\limits_{x\to+4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}=\frac{\sqrt{4}-2}{4-4}=\frac{0}{0}$ ح.ع.ت

نضرب ونقسم على مرافق المقام :

$$\lim_{x\to+4} f(x)=\lim_{x\to+4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}=\lim_{x\to+4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}\times\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2}=\lim_{x\to+4}\frac{x-4}{(x-4)\times\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$\lim_{x\to+4} f(x)=\lim_{x\to+4}\frac{1}{\left(\sqrt{x}+2\right)}=\lim_{x\to+4} f(x)=\frac{1}{\sqrt{4}+2}=\frac{1}{4}$$



Naidja Nedjmedine

## ✔ حساب النهايات باستعمال الحصر

اثناء حساب نهاية دالة يمكن الجوء إلى قاعدة الحصر أي حصر الدالة بين دالتين لهما نفس النهاية وبالتالي فإن نهايتها من نهاية الدالتين وفي اغلب الأحيان نلجأ إلى هذه الطريقة في الدوال التي تحتوي على الدوال المثلثية (cos , sin)

**مثال:** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\dfrac{\cos x}{x}$

نعلم أن $-1\le\cos x\le 1$ ومنه $\dfrac{-1}{x}\le\dfrac{\cos x}{x}\le\dfrac{1}{x}$ إذن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-1}{x}\le\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\cos x}{x}\le\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}$

ومنه $0\le\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\cos x}{x}\le 0$ إذن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\cos x}{x}=0$

## ✔ حساب النهايات بإستعمال المقارنة

1) $f$ ، $g$ دالتان إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ و إذا كان من أجل $x$ كبير بالقدر الكافي $f(x)\ge g(x)$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) $f$ ، $g$. إذا كانت $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ و إذا كان من أجل $x$ كبير بالقدر الكافي $f(x)\le g(x)$ فإن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ .

## ✔ حساب النهايات باستعمال العدد المشتق

**مثال:** $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}$ ح.ع.ت $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=\dfrac{0}{0}$ نضع $f(x)=\sin x$ ومنه $f'(x)=\cos(x)$

استعمال تعريف العدد المشتق $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x-0}{x-0}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=f'(0)=\cos(0)=1$

## ✔ حساب النهايات باستعمال النهايات الشهيرة

يمكن حساب النهايات باستعمال النهاية الشهيرة $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1$

مثال : $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\ ?$ نضرب ونقسم على 2 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 2x}{x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sin 2x}{2x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sin(2x)}{(2x)}=2\times1=2$

## ✔ <u>المستقيمات المقاربة:</u>

**1) المستقيم المقارب العمودي :** (الموازي لمحور التراتيب)

إذا كان $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\infty$ فإن تفسيره البياني هو:أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب عمودي معادلته : $x=a$

**2) المستقيم المقارب الأفقي :** (الموازي لمحور الفواصل)

إذا كان $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=b$ فإن تفسيره البياني هو:أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب أفقي معادلته : $y=b$ وذلك بجوار $\infty$

**3) المستقيم المقارب المائل :**

أ- لإثبات ان مستقيم $(\Delta):y=ax+b$ مستقيم مقارب مائل بجوار $\infty$ يكفي أن نثبت أن : $\lim\limits_{x\to\infty}\big(f(x)-(ax+b)\big)=0$

التفسير الهندسي لـ$\lim\limits_{x\to\infty}\big(f(x)-(ax+b)\big)=0$ هو أن $(\Delta):y=ax+b$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ بجوار $\infty$

التفسير الهندسي لـ $\lim\limits_{x\to\infty}\big(f(x)-(ax+b)\big)=L$ هو أن $(\Delta):y=ax+b+L$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $(C_f)$ بجوار $\infty$

ب- إذا لم تعط لنا معادلة المستقيم المقارب المائل، وطلب منا تعينه، ننظر إلى عبارة $f(x)$ ، فإذا كانت مكتوبة على الشكل التالي: $f(x)=ax+b+g(x)$ و $\lim\limits_{x\to\infty} g(x)=0$ فالمستقيم ذو المعادلة : $y=ax+b$ مستقيم مقارب مائل لـ $(C_f)$ عند $\infty$

ج- إذا لم تتوفر الملاحظة السابقة، نعين المستقيم المقارب المائل كمايلي : نحسب $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}$، فنجد عددا حقيقيا $a$ غير معدوم ، ثم نحسب $\lim\limits_{x\to\infty}\left[f(x)-ax\right]$،فنجد عددا حقيقيا $b$ وتكون معادلة المستقيم المقارب المائل هي : $y=ax+b$



Naidja Nedjmedine

### ✓ الإستمرارية

$f$ مستمرة عند $a$ يعني أن $\lim_{x\to a} f(x)=f(a)$

التفسير الهندسى للدالة المستمرة على مجال $I$:

تكون الدالة $f$ مستمرة على مجال $I$ عندما يمكن رسم منحنيها البياني على هذا المجال دون رفع القلم ( اليد ).

**خواص**

أ- كل الدوال المقررة في هذا المستوى مستمرة على مجال تعريفها.

ب- الدوال المرجعية مستمرة على مجال تعريفها.

ج- مجموع وجداء دوال مستمرة هي دالة مستمرة

**الأستمرارية من اليمن ومن اليسار**

أ- $f$ مستمرة على يمن $x_0$ يعني $\lim_{x \xrightarrow{>} x_0} f(x)=f(x_0)$

ب- $f$مستمرة على يسار $x_0$ يعني $\lim_{x \xrightarrow{<} x_0} f(x)=f(x_0)$

## مبرهنة القيم المتوسطة

$f$ دالة معرفة و مستمرة على مجال $[a;b]$. من أجل كل عدد حقيقي $k$ محصور بين $f(a)$ و $f(b)$، يوجد على الأقل عدد حقيقي $c$ محصور بين $a$ و $b$ بحيث $f(c)=k$

**طريقة1:**

لإثبات أن $f$ تقبل حل وحيد $c$ على المجال $[a;b]$ يحقق $f(c)=k$ يكفي أن نثبت أن الدالة $f$ مستمرة و رتيبة تماما على مجال $[a;b]$ و $f(a)<k<f(b)$ أو $(f(a)-k)(f(b)-k)<0$

**التفسير الهندسي:** المستقيم ذو المعادلة $y=k$ يقطع المنحني $(C_f)$ في نقطة أو أكثر على المجال $[a;b]$

**حالة خاصة $(k=0)$**

لإثبات أن $f$ تقبل حل وحيد $\alpha$ على المجال $[a;b]$ يحقق $f(\alpha)=0$ يكفي أن نثبت أن الدالة $f$ مستمرة و رتيبة تماما على مجال $[a;b]$ و $f(a)<0<f(b)$ أو $f(a)\times f(b)\leq 0$

**التفسير الهندسي:** المنحني $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة من المجال $[a;b]$

### ✓ الإشتقاقية:

### 1. قابلة للإشتقاق عند عدد و العدد المشتق.

$f$ دالة معرفة على مجال $D_f$ من $\mathbb{R}$. $x_0$ عدد من $D_f$. القول أن الدالة $f$ قابلة للإشتقاق عند العدد $x_0$ معناه الدالة : $g: h\mapsto \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ تقبل نهاية حقيقية $l$ عند 0 . أي $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=L$ يسمى $l$ العدد المشتق للدالة $f$ في العدد $x_0$ . و نرمز له بـ $f'(x_0)$ .



Naidja Nedjmedine

## 2. الدالة المشتقة لدالة $f$ .

$f$ دالة معرفة على مجال $D_f$ من $\mathbb{R}$. نقول أن الدالة $f$ قابلة للاشتقاق على $D_f$ إذا وفقط إذا كانت قابلة للاشتقاق عند كل نقطةمن $D_f$. تسمى الدالة التي ترفق بكل $x$ من $D_f$ العدد المشتق $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة $f$ على $D_f$.

ويرمز لها بـ $f'$ .. و نكتب $f':x \to f'(x)$

## 3. تطبيقات الإشتقاقية.

### 1.3 إتجاه تغير دالة:

لتكن دالة $f$ معرفة و قابلة للإشتقاق على مجال $D_f$ و $f'$ دالتها المشتقة

- إذا كانت $f'$ موجبة تماما( يمكن أن تكون $f'$ معدومة من أجل قيم منعزلة من $D_f$) على المجال $D_f$ فإن الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $D_f$.
- إذا كانت $f'$ سالبة تماما( يمكن أن تكون $f'$ معدومة من أجل قيم منعزلة من $D_f$) على المجال $D_f$ فإن الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $D_f$.
- إذا كانت $f'$ معدومة على المجال $D_f$ فإن الدالة $f$ ثابتة على المجال $D_f$

### 2.3 القيم الحدية المحلية لدالة:

لتكن دالة $f$ معرفة و قابلة للإشتقاق على مجال $I$ و $f'$ دالتها المشتقة .

- إذا انعدمت الدالة المشتقة $f'$ عند قيمة $c$ من $I$ مغيرة إشارتها فإنه يوجد مجال مفتوح $I'$ محتوى في $I$ يشمل $c$ تقبل فيه $f$ قيمة حدية $f(c)$ . تسمى $f(c)$ قيمة حدية محلية

## ✓ نقطة الإنعطاف :

بصفة عامة ، لتعين نقطة الإنعطاف، نقوم بمايلي :

نحسب المشتقة الثانية $f''(x)$ ، وندرس إشارتها ، فإذا وجدنا انها تنعدم من اجل قيمة $x_0$ من $D_f$ مغيرتا إشارتها ، فتكون عندئذ النقطة ذات الفاصلة $x_0$ نقطة إنعطاف لـ $(C_f)$

### حالات خاصة :

**أ-** في بعض الحالات ، يمكن تعين نقطة الانعطاف دون اللجوء إلى المشتقة الثانية $f''(x)$ ، وذلك عندما تنعدم المشتقة الأولى $f'(x)$ من اجل قيمة $x_0$ من $D_f$ ولم تغير إشارتها ، فتكون النقطة ذات الفاصلة $x_0$ نقطة انعطاف لـ $(C_f)$

**ب-** إذا كانت : $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \infty$ أو $\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{x-x_0} = \infty$

فالتفسير الهندسي هو أن النقطة ذات الفاصلة $x_0$ نقطة إنعطاف لـ $(C_f)$ ( في هذه الحالة المماس يكون موازيا لمحور التراتيب)

**ج-** إذا درسنا الوضع النسبي للماس والمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0$ ووجدنا أن المنحنى غير وضعيته بالنسبة للماس في نقطة ألتماس فنستنتج أن النقطة ذات الفاصلة $x_0$ نقطة انعطاف لـ $(C_f)$

Naidja Nedjmedine

## ✓ معادلة المماس :

هناك سة صيغ تقريبا لطرح سؤال معادلة المماس ، لكن تبقى معرفة فاصلة التماس $x_0$ هي مفتاح الإجابة لكل منها

### الصيغة الأولى :

اكتب معادلة المماس $(C_h)$ للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة $x_0$

**الإجابة :** نكتب الدستور : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ حيث نعوض $x_0$ بقيمتها المعطاة.

**الصيغة الثانية :** اكتب معادلة المماس لمنحنى $(c_f)$ عند النقطة ذات الترتيب $y_0$

**الإجابة :** نحل المعادلة $y_0=f(x_0)$ وعندا إيجاد قيمة $x_0$ نكون قد عدنا إلى الحالة الأولى

**الصيغة الثالثة :** بين انه يوجد مماس أو أكثر للمنحنى$(c_f)$ معامل توجيهه$a$ (ميله).

**الإجابة:** نحل المعادلة المعادلة$f'(x)=a$ وعند ا تعين قيمة (أو قيم) $x_0$ نكون قد عدنا على الحالة الأولى

**ملاحظة:** عدد الحلول يدل على عدد المماسات

**الصيغة الرابعة:** بين انه يوجد مماس أو أكثر للمنحنى $(C_f)$يوازي المستقيم ذا المعادلة $y=ax+b$

**الإجابة:** نحل المعادلة المعادلة $f'(x)=a$ ، عدنا إلى الحالة الثانية

**الصيغ الخامسة :** بين انه يوجد مماس أو أكثر للمنحنى $(c_f)$ يعامد المستقيم ذا المعادلة $y=ax+b$

**الإجابة:** نحل المعادلة$\boxed{af'(x)=-1}$ ونكون قد عدنا إلى الحالة الأولى

**الصيغة السادسة:** بين أنه يوجد مماس أو اكثر للمنحنى $(c_f)$ يشمل النقطة ذات الإحداثيات $(\alpha;\beta)$

**الاجابة:** نحل المعادلة $f'(x_0)(\alpha-x_0)+f(x_0)=\beta$ وعندا تعين قيمة (أو قيم) $x_0$ نكون قد عدنا على الحالة الأولى

## ✓ النقطة الزاوية

إذا كان: $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=L$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0}\dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=L'$

حيث $L$ و $L'$ عددان حقيقيان $(L\neq L')$ ، فالتفسير الهندسي هو أن النقطة ذات الفاصلة $x_0$ نقطة زاوية للمنحنى

**ملاحظة1 :**

قد تكتب النهايتين السابقتين على الشكل التالي : $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=L$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=L'$

**ملاحظة2:** معادلتا نصفي المماسين عند النقطة الزاوية هما: $\begin{cases} y=L'(x-x_0)+f(x_0) \\ x\geq x_0 \end{cases}$ و $\begin{cases} y=L(x-x_0)+f(x_0) \\ x\leq x_0 \end{cases}$

**ملاحظة 3:** تبقى النقطة الزاوية أيضا موجودة حتى ولو كانت إحدى النهايتين السابقتين عددا حقيقيا والأخرى $\pm\infty$

## ✓ استنتاج تمثيل بياني من أخر

بعد إنشاء $(c_f)$ قد يطلب منا ان نستنتج منحنى اخر $(C_h)$ منحنى الدالة $h$ ويكون الإستنتاج حسب صيغة السؤال .

**1) الصيغة الأولى:** استنتاج$(C_h)$ منحنى الدالة الدالة $h$ التي تحقق : $h(x)=f(x+a)+b$ ،حيث$a$ و $b$ عددان حقيقيان

**الإجابة:** نستنتج $(C_h)$ من $(c_f)$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}-a\\+b\end{pmatrix}$

**2)الصيغة الثانية:** استنتج$(C_h)$ منحنى الدالة$h$ حيث $h(x)=|f(x)|$

**الإجابة:**

أ- على المجالات التي تكون فيها $f(x)\geq 0$ (يكون فيها $(C_f)$ على محور الفواصل أو فوقه) نحصل على $h(x)=f(x)$ ومنه $C_h$ ينطبق على $C_f$

ب- على المجالات التي تكون فيها $f(x)\leq 0$ (يكون فيها $(C_f)$ على محور الفواصل أو تحته) نحصل على $h(x)=-f(x)$ ومنه يكون $(C_h)$ نظير $(C_f)$ بالنسبة إلى محور الفواصل.

**3) الصيغة الثالثة:** استنتج $(C_h)$ منحنى الدالة $h$ حيث : $h(x)=f(|x|)$ .

**الإجابة:**

1) على المجال $]0;+\infty[$ ينطبق $(C_h)$ على $(C_f)$

2) عل المجال $]-\infty;0[$ يكون $(C_h)$ نضير $(C_f)$ بالنسبة لمحور التراتيب

4)**الصيغة الرابعة:** (الدالة الزوجية)

إذا كانت الدالة $f$ دالة زوجية ($f(x)=f(-x)$) فإن منحناها البياني يكون متناظر بالنسبة لمحور التراتيب ، يكفي ان نرسم المنحني على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم نكمل الجزء المتبقي بالتناظر بالنسبة لمحور التراتيب

5) **الصيغة الخامسة:** (الدالة الفردية)

إذا كانت الدالة $f$ دالة فردية ($f(x)=-f(-x)$) فإن منحناها البياني يكون متناظر بالنسبة إلى مركز المعلم ، يكفي ان نرسم المنحني على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم نكمل الجزء المتبقي بالتناظر بالنسبة لمبدأ المعلم.

## ✓ دساتير تغير المعلم:

**1) محور التناضر:**

أ- $\alpha$ عدد حقيقي و $f$ دالة ، لإثبات أن المستقيم $(d);x=\alpha$ محور تناظر للمنحني $(C_f)$ يكفي ان نثبت انه من اجل كل $x$ من $D_f$ فإن $2\alpha-x$ من $D_f$ و $f(2\alpha-x)=f(x)$ أو $f(\alpha-x)=f(\alpha+x)$

ب- نستعمل دساتير تغير المعلم ونثبت أن الدالة زوجية

**2) مركز التناضر:** $\alpha,\beta$ عددان حقيقيان $f$ و دالة ،

أ- لإثبات أن النقطة $w(\alpha;\beta)$ مركز تناظر للمنحني $(C_f)$ يكفي ان نثبت انه من اجل كل $x$ من $D_f$ فإن $2\alpha-x$ من $D_f$ و $f(2\alpha-x)+f(x)=2\beta$ **أو** $f(\alpha-x)+f(\alpha+x)=2\beta$

ب- نستعمل دساتير تغير المعلم ونثبت أن الدالة فردية

## ✓ نقاط التقاطع مع المحاور:

1) تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل:

لتعين نقط تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور الفواصل ، نحل المعادلة $f(x)=0$ إذا أمكن حيث : $x\in D_f$ .

2) تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور التراتيب:

$f$ دالة حيث $0\in D_f$ لتعين نقطة تقاطع $(C_f)$ مع حامل محور التراتيب نجد صورة الصفر ($y=f(0)$) وتكون نقطة التقاطع هي: $n(0;f(0))$

## ✓ الوضع النسبي لمنحنى ومستقيم

لدراسة الوضع النسبي لمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta):y=ax+b$ نقوم بدراسة الفرق $f(x)-y$

- إذا كان $f(x)-y<0$ فإن $(C_f)$ تحت المستقيم $(\Delta)$
- إذا كان $f(x)-y=0$ فإن $(C_f)$ يقطع المستقيم $(\Delta)$
- إذا كان $f(x)-y>0$ فإن $(C_f)$ فوق المستقي $(\Delta)$



Naidja Nedjmedine