ملخص حول الدوال

أهم قوانين الإشتقاق:

الدالة	المشتقة
b"عدد حقيقي" $f(x)=e$	0 $f'(x)=0$
x	1
ax مثال: $f(x)=2x$	a $f'(x)=2$
x^n مثال: $f(x)=x^2$ $f(x)=2x^2$	nx^{n-1} $f'(x)=2x$ $f'(x)=4x$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$u+v$ مثال: $f(x)=x^2-2x+3$	$u'+v'$ $f'(x)=2x-2$
$u\times v$ مثال: $f(x)=xe^x$	$u'v+v'u$ $f'(x)=e^x+xe^x$
$\frac{u}{v}$ مثال: $f(x)=\frac{2x^2+3}{x}$	$\frac{u'v-v'u}{v^2}$ $f'(x)=\frac{2x^2-3}{x^2}$
$e^{u(x)}$ مثال: $f(x)=e^{-x+2}$	$u'e^{u(x)}$ $f'(x)=-e^{-x+2}$
$\ln(u(x))$ حيث $u(x)\succ 0$ مثال: $f(x)=\ln(x^2+2)$	$\frac{u'(x)}{u(x)}$ $f'(x)=\frac{2x}{x^2+2}$
$\sqrt{u(x)}$ حيث $u(x)\succ 0$ مثال: $f(x)=\sqrt{e^x+3}$	$\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$ $f'(x)=\frac{e^x}{2\sqrt{e^x+3}}$
$[u(x)]^n$ مثال: $f(x)=(-x+4)^2$	$n\times u'(x)\times[u(x)]^{n-1}$ $f'(x)=-2(-x+4)$

ملاحظة : العلامة(') يقصد بها المشتقة .

دراسة الإشارة :

دراسة إشارة (من الشكل $ax+b$)

a موجب

x		-b/a	
ax + b	-	0	+

a سالب

x		-b/a	
ax + b	+	0	-

دراسة إشارة (من الشكل ax^2+bx+c)

أولا نقوم بحساب المميز دلتا $\Delta=b^2-4ac$

(لا تنسى a,b,c هي المعاملات فقط ☺)

1) إذا كان $\Delta \succ 0$ فإن للمعادلة حلين هما:

$$\begin{cases} x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$ و إشارتها

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
ax^2+bx+c		إشارة a	0	عكس إشارة a	0	إشارة a	

2) إذا كان $\Delta=0$ فإن للمعادلة حل وحيد مضاعف هو:

$$x_1=\frac{-b}{2a}$$

إشارتها من إشارة a .

3) إذا كان $\Delta \prec 0$ فإن المعادلة لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$ و إشارتها من إشارة a .

ملاحظات مهمة:

1) **إشارة** $e^{u(x)}$ و $[u(x)]^2$ **دوما موجبة.**

2) **دراسة إشارة من الشكل** $a+b\ln x$ تعتمد على حل متراجحة .

3) **إشارة** $\ln|u(x)|$ **من إشارة** $u(x)-1$.

ملخص حول الدوال

النهايات:

حالات عدم التعيين:

$$④\ \frac{0}{0} \quad ; \quad ③\ \frac{\infty}{\infty} \quad ; \quad ②\ 0\times\infty \quad ; \quad ①\ \infty-\infty$$

حالات يجب الانتباه لها:

$$1/\ \frac{\pm a}{0^{\pm}}=\pm\infty \qquad 2/\ \frac{a}{\pm\infty}=0 \qquad 3/\ \frac{\pm\infty}{0^{\pm}}=\pm\infty$$

نهاية دالة كثير حدود أو دالة ناطقة عند $+\infty$ أو $-\infty$.

1) النهاية عند $\pm\infty$ لدالة كثير حدود هي نهاية الحد الأكبر عند $\pm\infty$.

مثال: $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^3-2x+4=\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^3=+\infty$

2) النهاية عند $\pm\infty$ لدالة ناطقة هي نهاية الحد الأكبر على الحد الأكبر عند $\pm\infty$.

مثال: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+4x-1}{x^3+e}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2}{x^3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0$

ملاحظة: القاعدتين صحيحتين فقط عند $\pm\infty$ ☺

نهايات التزايد المقارن للدالة الآسية و اللوغاريتمية :

الدالة الأسية	الدالة اللوغاريتمية
$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x^n}=+\infty$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^n}=0$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^n}{e^x}=0$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^n}{\ln x}=+\infty$
$\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x=0$	$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} x^n\ln x=0$

ملاحظة: هاته النهايات مهمة جدا لإزالة حالة عدم التعيين .

مبرهنة القيم المتوسطة

لتبيين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α على المجال $]a;b[$ يكفي تبيين أن:

1. الدالة g مستمرة و رتيبة تماما على المجال $]a;b[$

2. تبيين أن $g(a)\times g(b)\prec 0$.

كتابة $f(\alpha)$ بدلالة α.

ننطلق من المعادلة $g(\alpha)=0$ ثم نكتب $\ln\alpha$ أو e^{α} بدلالة α ثم نعوض قيمتها في f لنتحصل على المطلوب.

المستقيمات المقاربة:

أولا من النهايات نستنتج

$\lim\limits_{x\to a} f(x)=\pm\infty$	$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=b$
المنحنى (C_f) يقبل مستقيم	المنحنى (C_f) يقبل مستقيم
مقارب عمودي	مقارب أفقي
معادلته $x=a$	معادلته $y=b$
عند $\pm\infty$	عند $\pm\infty$

ثانيا المستقيم المقارب المائل:

معادلته من الشكل $y=ax+b$

السؤال يطلب منك تبيين أن المستقيم $y=ax+b$ هو مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند ∞ أي نبين أن

$$\lim_{x\to\infty}[f(x)-y]=0$$

المماس:

معادلته عند النقطة ذات الفاصلة x_0 هي من الشكل

$$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

ملاحظة:

- ✓ **معادلة المماس حتى تستطيع كتابته يجب تحديد** x_0
- ✓ **معامل توجيه المماس هو** $f'(x_0)$